

# Энергетические критерии квазихрупкого разрушения горных пород в технологических процессах их добычи и первичной переработки

Г.Д. Першин, Е.Г. Пшеничная, А.М. Мажитов ✉

Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Российская Федерация  
✉artur.mazhitov@yandex.ru

**Резюме:** Цель исследования – разработка методологии расчёта энергетических критериев на основе концепции квазихрупкого разрушения горных пород в технологических процессах их добычи и первичной переработки. Проведёнными исследованиями было установлено, что энергетические критерии Гриффитса-Ирвина, полученные из решения задачи о равновесии пластины с внутренней трещиной, растягиваемой равномерно распределённой нагрузкой, относятся к частному случаю, которому отвечает условие предельного энергетического КПД разрыва пластины с определёнными геометрическими размерами (длина, ширина). Имея теоретическое значение, данные критерии не отвечают практическому применению, где необходимо в каждой конкретной технологии горного производства учитывать энергетический КПД процесса разрушения горной породы трещинами нормального разрыва. Рассчитывать необратимо затраченную работу в рамках квазистатической концепции разрушения горных пород для её практического использования не имеет смысла без учёта энергетического КПД – и это основной вывод выполненных исследований. Энергию, затраченную на образование двух единиц новой поверхности, что соответствует одной плоскости разрыва, и характеризующую трещиностойкость материала горной породы, предложено оценивать критерием, включающим предельную удельную энергоёмкость деформирования разрывом с учётом новой комплексной текстурно-структурной константы материала и энергетического КПД процесса разрушения.

**Ключевые слова:** квазихрупкое разрушение горных пород, энергетический коэффициент, энергосиловые показатели технологических процессов, теория Гриффитса

**Благодарности:** Статья выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МД-3602.2021.1.5

**Для цитирования:** Першин Г.Д., Пшеничная Е.Г., Мажитов А.М. Энергетические критерии квазихрупкого разрушения горных пород в технологических процессах их добычи и первичной переработки. *Горная промышленность*. 2022;(2): 84–89. <https://doi.org/10.30686/1609-9192-2022-2-84-89>

## Energy criteria for quasi-brittle fracture of rocks in technological processes of mining and primary processing

G.D. Pershin, E.G. Pshenichnaya, A.M. Mazhitov ✉

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russian Federation  
✉artur.mazhitov@yandex.ru

**Abstract:** This study aims to develop a methodology to calculate energy criteria based on the concept of quasi-brittle fracture of rocks in technological processes of mining and primary processing. The research has shown that the Griffiths-Irwin energy criteria that are derived from solution of the equilibrium problem for a plate with an internal fracture stretched by a uniformly distributed load, refer to a special case which meets the condition of the ultimate energy efficiency of fracturing a plate with defined geometrical dimensions (length, width). Having a theoretical value, these criteria do not meet practical applications, where it is necessary to consider the energy efficiency of the rock fracture process by normal rupture cracks for each specific mining technology. It makes no sense to calculate the irreversibly expended work within the quasi-static concept of rock fracture for its practical application without taking into account the energy efficiency, this being the main conclusion of the research performed. It is suggested to estimate the energy spent on forming two new unit surfaces, which corresponds to one fracture plane and characterizes the fracture resistance of the rock material, with the criterion that includes the ultimate specific energy intensity of the fracture deformation with account of the new complex textural and structural material constants and the energy efficiency of the fracture process.

**Keywords:** quasi-brittle fracture of rocks, energy coefficient, energy-power indicators of technological processes, Griffiths theory

**Acknowledgments:** The paper was prepared with the financial support of Presidential Grant RF MD-3602.2021.1.5

**For citation:** Pershin G.D., Pshenichnaya E.G., Mazhitov A.M. Energy criteria for quasi-brittle fracture of rocks in technological processes of mining and primary processing. *Russian Mining Industry*. 2022;(2):84–89. <https://doi.org/10.30686/1609-9192-2022-2-84-89>

## Введение

Механизм квазихрупкого разрушения горных пород во всём техническом многообразии един – образование и рост трещин. К базовым константам данного процесса относится величина удельной поверхностной энергии как необратимо затраченной работы на разрушение горных пород вследствие зарождения и роста трещин нормального разрыва. Несмотря на столетний период с начала введения в аналитические расчёты данной энергетической константы в соответствии с формулой Гриффитса, она не нашла широкого применения в практике проектирования технико-технологических средств горного производства, так как существенно расходилась с экспериментально определёнными величинами. Как установили впоследствии Ирвин и Орован, одной из причин являлся не учёт вязкости (пластичности) материала горных пород, что несколько увеличивало численное значение расчётных показателей. Однако окончательного ответа на вопрос, чему равна величина удельных энергозатрат для обоснованных расчётов процессов разрушения горных пород, нет.

Целью исследования является разработка методологии расчёта энергетических критериев на основе концепции квазихрупкого разрушения горных пород в технологических процессах их добычи и первичной переработки.

## Расчет энергетических критериев

Объёмное разрушение горных пород при их добыче и переработке происходит вследствие роста трещин, как правило, нормального разрыва, за счёт упруго-хрупкого и упругопластического деформирования, в зависимости от структурно-текстурных особенностей материала твёрдого тела [1]. Теория идеально-хрупкого разрушения базируется на концепции Гриффитса, который в своей работе, опубликованной в 1920 г., предположил, что внешне однородный образец может содержать внутренние малые дефекты, способствующие концентрации напряжений в локальных областях, которая и приводит к развитию трещин нормального разрыва. С этой позиции он сформулировал условие предельного состояния, при котором реализуется разрушение образца тонкой хрупкой пластины [2]:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi l}}, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости материала образца, Па;

$l$  – длина внутренней трещины в образце, м;

$\gamma$  – удельная работа образования поверхности разрыва, Дж/м<sup>2</sup>.

По гипотезе Гриффитса, существующая в теле пластины трещина станет самопроизвольно динамическим путём развиваться при критической нагрузке  $\sigma_k$  с образованием новой поверхности разрыва. Зависимость, полученная в формуле (1), составила основу критерия Гриффитса для идеально-хрупкого разрыва твёрдого тела (случай плоского напряжённого состояния) и представляет собой частный случай общего решения рассматриваемой задачи, изложение которой представлено ниже.

В разработанной методике использована схема равномерно растянутой тонкой, хрупкой пластины с внутренней трещиной  $l_0$ , ориентированной перпендикулярно нагрузке  $\sigma$ , при этом длина трещины принималась малой величиной по сравнению с размером пластины вдоль фронта её продвижения. Условие упруго-хрупкого разрушения образца в виде пластины формулировалось согласно энергетической теории путём составления баланса необратимо

затраченной работы на образование и развитие поверхности разрыва [3]:

$$U_e = 2\gamma l_{\text{тр}} h, \quad (2)$$

где  $U_e = U_0 - \Delta U$  – потенциальная энергия растянутой пластины ( $U_0$  – упругий потенциал образца без трещины;  $\Delta U$  – изменение упругого потенциала пластины вследствие наличия трещины);

$h$  – толщина пластины, м;

$l_{\text{тр}}$  – длина трещины разрыва, м.

Потенциальная энергия растянутой пластины с трещиной:

$$U_e = \frac{\sigma^2}{2E} abh - \pi \frac{\sigma^2}{E} l_0^2 h > 0, \quad (3)$$

где  $b, a$  – ширина и длина пластины, м;

$l_0$  – длина внутренней трещины, м.

Энергетическое условие зарождения и роста трещины согласно (2) с учётом (3) можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{2} * \frac{(\sigma^2 - \sigma_k^2)}{E} (ab - 2\pi l_0) h = 2\gamma l_{\text{тр}} h, \quad (4)$$

где  $\sigma_k$  – критическое напряжение начала локального разрушения с образованием новой поверхности разрыва, Па.

Энергосиловую взаимосвязь в форме (4) приведём к следующему уравнению:

$$(\sigma^2 - \sigma_k^2) = \frac{1}{\pi} \frac{2\gamma E l_{\text{тр}}}{l_0^2} \frac{1}{(ab/2\pi l_0^2 - 1)}. \quad (5)$$

Обозначим  $f_\gamma = 1/\frac{ab}{(2\pi l_0^2 - 1)} \leq 1$ , а также  $\gamma = \gamma_p f_\gamma$  и запишем уравнение (5) в виде:

$$(\sigma^2 - \sigma_k^2) = \frac{1}{\pi} * \frac{\gamma_p E l_{\text{тр}}}{l_0^2} f_\gamma. \quad (6)$$

Рассмотрим дополнительные условия, при которых полученная закономерность (5) разрушения упруго-хрупкого тела за счёт развития сквозных трещин трансформируется в состояние предельного силового равновесия, которому предшествует зарождение и последующее лавинообразное движение трещины разрыва, что характерно для идеально хрупкого материала.

Отметим, что условия:

$$\sigma_{\text{min}} \rightarrow \sqrt{2}\sigma_k, \text{ тогда } (l_{\text{тр}} \approx l_0) \rightarrow 0, \quad (7)$$

определяют состояние (критическое) равномерно растянутой пластины нагрузкой  $\sigma_{\text{min}}$ , когда внутренняя трещина начинает прорастать на величину разрыва пластины, которая достигает размера внутренней трещины, при этом рассматриваются малые значения этих параметров. Если не принимать условия  $l_{\text{тр}} \rightarrow l_0$ , то неправомерно вводить в решение (1) энергетический показатель  $\gamma$ , реализация которого связана только с разрывом пластины. Описанное состояние определяется как критическое, которое аналитически характеризуется решением (6) с учетом (7);

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{2}{\pi} * \frac{\gamma_p E}{l_0} f_\gamma}. \quad (8)$$

В результате составленного энергетического баланса, выражающего необратимо затраченную работу на образование новой поверхности разрыва (6), и принятых дополнительных условий на основе теории малых деформаций (7) корректно решена в общем виде классическая задача механики хрупкого разрушения пластины с внутренней трещиной под действием равномерной растягивающей нагрузки. Окончательно полученная зависимость (8) определяет состояние предельного силового равновесия  $\sigma_k$ , начиная с которого происходит разрушение идеально упруго-хрупкого тела за счет динамического движения трещины, при этом высокое ускорение не дает возможности остановить процесс роста трещины, когда он прошел критическую точку.

Если в зависимости (8) положить  $f_\gamma=1$ , то получим общеизвестную формулу Гриффитса (1). Из условия  $f_\gamma=1$  вытекает равенство  $ab = 4\pi l_0^2$ , что определяет следующие размеры пластины:  $a = 2\pi l_0$ ;  $b = 2l_0$ , которые отвечают и силовому условию  $ab = \frac{a}{b} \cdot b^2 = \pi b^2$  начала развития трещины нормального разрыва  $\sigma^2 = 2\sigma_k^2 (\sigma = \sqrt{2}\sigma_k)$ . Окончательное выражение функционала  $f_\gamma$  для сквозных трещин нормального разрыва получим в форме:

$$f_\gamma = \frac{1}{\left[0.5\left(\frac{b}{l_0}\right)^2 - 1\right]} \tag{9}$$

Данный конкретный случай  $a=2\pi l_0$  и  $b=2l_0$  имеет чисто теоретическое значение без практического применения, при этом большой заслугой Гриффитса является то, что он впервые ввел (хотя и некорректным способом) понятие поверхностной энергии хрупкого тела, в котором при нагрузке  $\sigma_k$  происходит возникновение и развитие трещины разрыва с образованием свободной поверхности. Отметим, что функционал  $f_\gamma$  для значений  $b/(l_0 \gg 1)$  можно упростить и записать в следующем виде:  $f_\gamma \approx 2\left(\frac{l_0}{b}\right)^2$ . Предложенная запись функционала  $f_\gamma$  в полной мере отвечает условиям разрушения породы в технологических процессах горного производства. На рис. 1 приведены в графическом виде зависимости функционала  $f_\gamma$  от  $b/l_0$  для точной и упрощенной форм записи. Графики приведенных зависимостей показывают, что, начиная с  $b/l_0=5$  и более, имеем практически их полное совпадение. Решение всех практических задач, связанных с процессом добычи и последую-

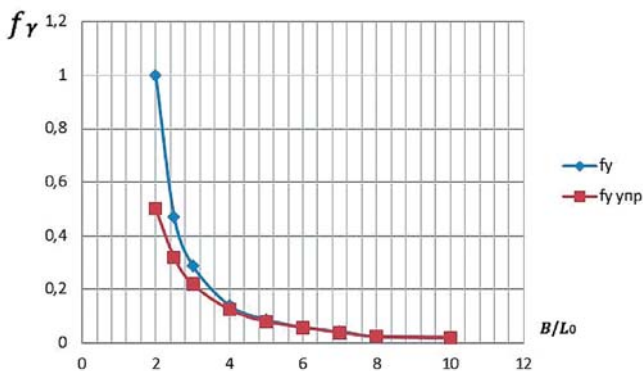


Рис. 1  
График зависимости энергетического КПД процесса разрыва тонкой хрупкой пластины (Гриффитса), рассчитанный по точной и упрощенной формулам от параметра  $b/l_0$

Fig. 1  
Dependence plot of the energy efficiency of the thin brittle plate fracture process (Griffiths) calculated using the exact and the simplified formulas based on the  $b/l_0$  parameter

ющей переработки, возможно при наличии величины  $\gamma_p$ , как удельной работы образования поверхности разрыва для широкого спектра прочностных свойств горных пород. Однако экспериментальное определение предельной поверхностной энергии конкретного материала горной породы сопряжено как с техническими трудностями, так и с методическими расхождениями. Поэтому на настоящий момент имеются лишь разрозненные данные относительно величины  $\gamma_p$ , не дающие возможности комплексно оценить взаимосвязь данного энергетического показателя с другими физико-механическими свойствами породы [4].

Значение концепции Гриффитса состояло в привлечении внимания исследователей к теории трещин в механике разрушения упруго-хрупких тел, что способствовало развитию различных методов оценки трещиностойкости данных материалов. Усилия исследователей были сосредоточены на математическом описании напряженно-деформированного состояния в вершине трещины, что позволило разработать новую концепцию, дающую возможность рассмотреть процесс разрушения с точки зрения изменения напряженно-деформированного состояния в областях, где происходит локальное разрушение. За показатель локального разрушения был обоснованно принят коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$ , учитывающий размер трещины  $l_0$  и распределение внешней разрывной нагрузки  $\sigma$ . Ирвин в 1957 г. показал, что в критическом состоянии, когда начинается рост трещины нормального разрыва, коэффициент  $K_I$  стремится к своему предельному значению  $K_{Ic}$ , т.е. выполняется энергетическое условие  $K_I = K_{Ic}$ .

Решение задачи о равномерном растяжении упругой плоскости (полубесконечная область) с прямолинейной трещиной определяет [в общем виде] величину коэффициента интенсивности напряжений [5]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l_0} \tag{10}$$

На основании данного решения для образцов различной формы и размеров (критерий Ирвина) можно записать как:

$$K_I = \sigma_k \sqrt{\pi l_0} * f_k \tag{10}$$

$f_k (l_0/b)$  – безразмерная функция ( $l_0$  – длина или глубина искусственно созданной трещины;  $b$  – ширина либо толщина образца). Для трещины Гриффитса (щель в полосе) Фреддерсеном было получено  $f_k = \sec\left(\frac{\pi}{2} * \frac{l_0}{b}\right)$ . Как и в задаче Гриффитса, будем рассматривать малые значения  $l_0$ , когда безразмерный показатель  $l_0/b = 0,01-0,25$ ; тогда функция имеет значение  $f_k = 1,0 - 1,04 \approx 1,0$  [3].

Критерий Ирвина (10) формально эквивалентен полученному критерию (8), так как характеризует предельное энергосиловое состояние упруго-хрупкого тела, при котором начинает развиваться трещина нормального разрыва. Совместное решение (8) и (10) определяет взаимосвязь данных критериев (для образца в виде тонкой полосы с внутренней трещиной) в следующей форме:

$$\gamma_p = \frac{1}{f_\gamma * f_k^2} * \frac{K_{Ic}^2}{2E} \tag{11}$$

Практическая значимость закономерности (11) заключается в том, что энергетическая константа  $\gamma_p$ , характеризующая трещиностойкость материала горной породы, находится по аналитической зависимости через несложно определяемый экспериментальным способом критерий локального разрушения  $K_{Ic}$  [6]. При этом для каждого



испытуемого образца с характерной формой и размерами необходимо определять безразмерные функции  $f_\gamma$ ,  $f_k$  своих геометрических аргументов. Научная значимость закономерности (11) в виде  $\gamma_p E \sim K_{Ic}^2$  заключается в том, что обоснована взаимосвязь между интегральными показателями физико-механических свойств горной породы ( $\gamma_p$ ,  $E$ ) и локальным критерием разрушения ( $K_{Ic}$ ), который учитывает наряду с упруго-хрупкими и упругопластические свойства горных пород, при развитии трещин нормального разрыва. Поэтому за критерием  $K_{Ic}$  закреплён термин вязкость разрушения. При одинаковых геометрических размерах образцов с трещинами из различных материалов разрушение будет ближе к вязкому, чем больше  $K_{Ic}$ . Энергетическая закономерность (14) отличается от предложенной ранее концепции Ирвина-Орована тем, что включает сомножитель в виде безразмерного функционала  $e = (f_\gamma \cdot f_k^2)$  от формы и геометрических аргументов разрушаемого тела (испытуемого образца), который существенно влияет на величину удельной поверхностной энергии  $\gamma_p$ , определяемой как необратимо затраченная работа на образование поверхности разрыва.

Функциональная зависимость (11) для условий  $f_\gamma = f_k = 1$  трансформируется по существующей в настоящее время методике расчёта удельной поверхностной энергии горных пород в формулу Ирвина  $\gamma_p = \frac{K_{Ic}^2}{2E}$ , которая рекомендуется к использованию в практических расчётах [5], так как учитывает наряду с упруго-хрупкими свойствами материала горных пород согласно критерию Гртриффитса (1) и его вязкость через экспериментально определяемый коэффициент локального разрушения  $K_{Ic}$ .

С экспериментальным определением критерия  $K_{Ic}$  для образцов той же формы и размеров, но различных горных пород (природного камня), становится возможным, наряду с фундаментальной закономерностью (10), поиск других корреляционных зависимостей от стандартизованных общепринятых физико-механических констант, например, твердости, ударной вязкости, прочности и др. Устойчивая корреляция возможна не для всех материалов, а для некоторых классов (групп), объединённых общностью структуры и генезиса. Нахождение данных корреляций имеет большое практическое значение для расчета комплекса технологических показателей и параметров при добыче и дальнейшей переработке различных горных пород.

Решение (10) показывает, что критерий локального разрушения  $K_{Ic}$  для трещин нормального разрыва однозначно связан с приложенным к образцу растягивающим напряжением  $\sigma_k$  и размером трещины  $l_0$ , ортогонально расположенной к направлению действия нагрузки. Наличие искусственно созданных внешних и внутренних трещин на различных лабораторных образцах даёт возможность довольно быстро и просто находить величину критерия  $K_{Ic}$  при помощи существующей аппаратуры в зависимости от геометрических параметров, при этом учет структурно-текстурных особенностей материала образцов будет возможен, если в качестве коррелирующего аргумента использовать предел прочности на одноосное растяжение  $\sigma_p$ . Именно данный стандартный показатель, независимо от метода его нахождения, чувствителен к внутренней структуре материала, а именно: неоднородности состава, пористости, крупно-, средне- и мелкозернистому строению и т.д. Предел прочности на одноосное растяжение рассматривается как основная константа горной породы, отображающая как прочность молекулярных связей слагающих её кристаллов, так и её микродефектную структуру. Объ-

единение двух базовых констант в единую энергосиловую взаимосвязь даёт возможность комплексно учитывать широкий спектр как физико-механических, так и природно-структурных свойств горных пород в технико-технологических расчетах показателей и параметров горного производства. По физической сущности предложенная корреляция соответствует и вытекает из критерия Ирвина (10), но при этом расширяет возможности более широкого применения данной закономерности в практических задачах, максимально приближенных к процессам добычи и переработки различных горных пород.

Условие локального разрушения горных пород трещинами нормального разрыва предложено записать в следующем виде [7]:

$$k_k = \frac{K_{Ic}}{\sigma_p}, \quad (12)$$

где  $k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_p} f_k \sqrt{\pi l_0}$  – коэффициент пропорциональности.

Данный коэффициент имеет размерность  $\sqrt{м}$  и, таким образом, является комплексной структурной постоянной материала горной породы, так как отражает порядок усредненной величины трещиноподобных дефектов, в том числе порядок максимальной крупности зерен, слагающих породу минералов, с учётом генерируемой микродефектом концентрации напряжений в вершине трещины, т.е.  $k_k = k_\sigma \cdot \sqrt{d_0}$  ( $d_0$  – усредненный размер характерной структурной неоднородности состава материала породы;  $k_\sigma = \frac{\sigma_k}{\sigma_p}$  – коэффициент концентрации напряжений в вершине трещиноподобного дефекта, характеризующий относительное превышение напряжения локального разрыва по сравнению с внешней нагрузкой, равной пределу прочности материала на разрыв). Являясь функциональным следствием взаимосвязи двух основополагающих констант линейной механики хрупкого разрушения показатель  $k_k$  также относится к физической константе материала, в наибольшей степени определяемой структурой, минеральным составом и петрографическим строением слагаемых горную породу минералов.

Практическую значимость предложенного модернизированного критерия локального разрушения (12) невозможно переоценить для решения задач технико-технологического содержания в горном производстве. В своем классическом варианте критерий Ирвина (10) трудно применять для расчета различных технических параметров технологических критериев, так как не всегда удаётся установить величины внутренних, а также поверхностных трещин техногенного и природного характера. Поэтому энергосиловая взаимосвязь (12) даёт возможность перейти от размера трещины к величине определенного внутреннего микродефекта либо неоднородности структуры конкретного материала горной породы через лабораторные испытания её образцов. По существу, линейная зависимость (12) в координатах  $K_{Ic} \sim \sigma_p$  представляет собой пучок лучей, исходящих из начала координат под своим углом наклона, определяющим величину внутреннего трещиноподобного дефекта, как концентратора напряжений [7]. По угловой группировке лучей становится возможным классифицировать горные породы согласно признаку микродефектной структуры.

Энергетическая взаимосвязь (11) с учётом предложенной корреляции вида (12) даёт возможность получить окончательный ответ на вопрос, чему равна величина удельных энергозатрат для расчётов процессов разрушения горных

пород путём образования и развития трещин нормального разрыва в технологических процессах горного производства:

$$\gamma_p = \frac{k_k \sigma_p^2}{2E} \cdot \frac{1}{e_\gamma}, \quad (13)$$

где  $e_\gamma = f_r = 2\pi(l_0/b)^2$  – энергетический коэффициент полезного действия (КПД) процесса разрушения горных пород путём образования трещин нормального разрыва.

Физическая сущность данного коэффициента проявляется через влияние на суммарные удельные энергозатраты способа приложения разрушающей нагрузки, генерирующей концентрацию напряжений разрыва и геометрических размеров объекта в направлении плоскости разрыва. Расчётная величина КПД для случая растяжения пластины Гриффитса изменяется согласно отношению линейного размера микродефектности ( $l_0$ ) материала тела к длине сквозной трещины ( $b$ ). Если принять  $l_0/b = 0.10-0.20$ , то  $e_\gamma = 0.02-0.08$ , то есть изменение величины  $l_0/b$ , в данном примере в 2 раза, существенно, а именно в 4 раза изменяет показатель энергетического КПД и во столько же раз удельную поверхностную энергию  $\gamma_p$ , как необратимо затраченную работу на образование поверхности разрыва.

В работе [1] отмечается, что в условиях квазихрупкого разрушения пластичных (вязких) материалов теоретически вычисленные значения поверхностной энергии  $\gamma$ , соответствующей идеально хрупкому отрыву согласно выражению (1), в сотни и тысячи раз меньше величин, определённых на основе экспериментальных исследований, эти результаты подтверждаются данной аналитической работой, где обоснованно предлагается рассчитывать необратимо затраченную энергию на образование сквозных трещин с учётом энергетического коэффициента полезного действия процесса разрушения (13).

Все установленные для идеально хрупких тел закономерности совмещаются с упруго-пластическими телами в рамках теории квазихрупкого их разрушения за счет определения критерия локального разрушения  $K_{LC}$  экспериментальным способом, когда практически реализуются и фиксируются пластические свойства материала образца. Предложенная впервые Ирвином и Орованом концепция квазихрупкого разрушения формулируется следующим образом [8]:

- величина необратимой работы, затраченной на образование единицы площади свободной поверхности при развитии трещины, является постоянной материала, не зависящей от нагрузок, формы и размера тела;

- пластическая область возникает перед трещиной до некоторого определенного размера, приводящего к локальному разрушению в конце трещины, при этом пластическая область перемещается вместе с концом трещины по мере её развития как жесткое целое, не изменяя своей формы и размера.

Формирование в вершине движущейся трещины пластической области обуславливает и более высокий расход энергии на работу пластического формоизменения. Если энергия пластического формоизменения имеет одно и то же значение для одинаковых приращений длины трещины, то суммарное сопротивление росту трещины является величиной постоянной, т.е.  $\gamma_p + \gamma_n = \text{const}(\gamma_n$  – энергия, затраченная на пластическое деформирование, необходимое для начала роста трещины). Таким образом, для горных пород, испытывающих предварительное пластическое де-

формирование, суммарная поверхностная энергия может быть определена экспериментально по критическому напряжению  $\sigma_k$ , при котором происходит трещинообразование на образце, путём расчёта по разработанным методикам энергетического показателя локального разрушения  $K_{LC}$  [6].

Согласно второму научному положению изложенной концепции Ирвина и Орована существенно был изменён подход к расчёту и оценке величины удельной поверхностной энергии  $\gamma_p$ , затраченной на разрушение горных пород в процессах их добычи и переработки. Однако первое научное положение не давало возможности использовать полученную с учётом второго научного положения фундаментальную характеристику твёрдого тела  $\gamma_p$  в практических расчётах по причине заниженной на порядок и более её величины по сравнению с зависимостью (11), научная новизна которой заключается в том, что она содержит энергетический КПД процесса квазихрупкого разрушения горных пород за счёт трещин нормального разрыва.

В дальнейших расчетах принимаем, что развитие трещины в хрупко-пластическом теле происходит стационарно в том смысле, что размер пластической области в её конце мал и не изменяется при увеличении длины трещины, а также не зависит от приложенных нагрузок. На основе полученного уравнения энергетического баланса (6) определим зависимость длины трещины  $l_{tp}$  от нагрузки  $\sigma$  при условии  $f_\gamma=1$ :

$$\sigma/\sigma_k = \sqrt{\frac{l_{tp}}{l_0} \frac{1}{f_\gamma} + 1}, \quad (14)$$

или для случая сквозной трещины, когда  $l_{tp} = b - l_0$ :

$$\sigma/\sigma_k = \sqrt{\frac{(l/l_0 - 1)}{f_\gamma} + 1}. \quad (15)$$

При  $b=2l_0$  (пластина Гриффитса) из уравнения (15) получаем  $\sigma/\sigma_k = \sqrt{2} = 1.41$ . На рис. 2 приведен график зависимости (15) развития сквозной трещины нормального разрыва в относительных координатах. Монотонная плавная кривая отвечает теоретическому решению, полученному на основе механики хрупкого разрушения. Фактически развитие трещины будет скачкообразным в силу того, что скорость продвижения трещины и скорость нарастания нагрузки неодинаковы. В большинстве случаев в практических условиях скорость продвижения трещины намного

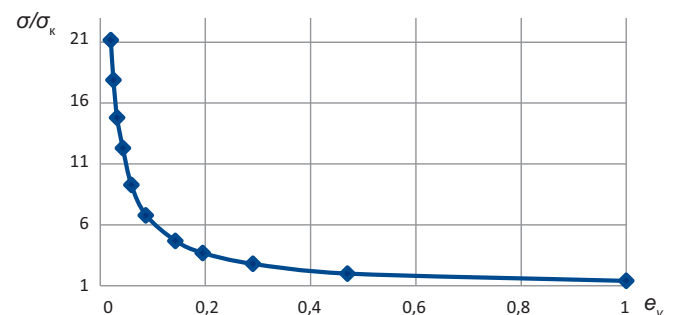


Рис. 2  
Зависимость безразмерного напряжения растяжения пластины Гриффитса от энергетического КПД её разрыва сквозной трещиной

Fig. 2  
Dependence of the dimensionless tensile stress of a Griffiths plate on the energy efficiency of its fracture by a through crack

превышает скорость нарастания силового воздействия на горную породу (за исключением взрывных работ). Поэтому вслед за интервалом быстрого подрастания трещины  $\Delta_{тр}$ , вершина её попадает в менее напряжённую область и распространение трещины прекращается и возобновляется только после возрастания внешней нагрузки с одновременным нарастанием пластической области до определенных размеров.

### Заключение

Проведённые исследования существенно дополняют теорию квазихрупкого разрушения горных пород и тем самым дают возможность широкого её применения для обоснованных расчётов энергосиловых показателей технологических процессов добычи и переработки полезных ископаемых.

### Список литературы

1. Протасов Ю.И. *Разрушение горных пород*. М.: МГГУ; 1995. 453 с.
2. Ржевский В.В., Новик Г.Я. *Основы физики разрушения горных пород*. М.: Недра; 1984. 359 с.
3. Черепанов Г.П. *Механика хрупкого разрушения*. М.: Наука; 1974. 640 с.
4. Родин Р.А. О механизме роста трещины при разрушении упруго-хрупкого тела. *Известия вузов. Горный журнал*. 1991;(10):9–12.
5. Каркашадзе Г.Г. Механическое разрушение горных пород. М.: МГГУ; 2004. 220 с.
6. Чирков С.Е. и др. *Методика определения вязкости разрушения (трещиностойкости) горных пород*. М.: ИГД им. А.А. Скочинского; 1990. 14 с.
7. Першин Г.Д., Пшеничная Е.Г. Взаимосвязь между удельными энергиями образования и развития межшпуровых трещин при разрыве объёмов камня распорными средствами. В кн.: Першин Г.Д. (ред.). *Добыча, обработка и применение природного камня*. Магнитогорск: МГТУ им. Г.И. Носова; 2005. Вып. 5. С. 191–200.
8. Латышев О.Г. *Разрушение горных пород*. М.: Теплотехник; 2007. 660 с.

### References

1. Protasov Yu.I. *Rock disintegration*. Moscow: Moscow State Mining University; 1995. 453 p. (In Russ.)
2. Rzhovsky V.V., Novik G.Ya. *Fundamentals of the rock disintegration physics*. Moscow: Nedra; 1984. 359 p. (In Russ.)
3. Cherepanov G.P. *Mechanics of brittle fracture*. Moscow: Nauka; 1974. 640 p. (In Russ.)
4. Rodin R.A. Regarding the fracture growth mechanism in an elastically brittle body. *News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 1991;(10):9–12. (In Russ.)
5. Karkashadze G.G. *Mechanical disintegration of rocks*. Moscow: Moscow State Mining University; 2004. 220 p. (In Russ.)
6. Chirkov S.E. et al. *A method to determine fracture strength (fracture resistance) of rocks*. Moscow: Institute of Mining. A.A. Skochinsky; 1990. 14 p. (In Russ.)
7. Pershin G.D., Pshenichnaya E.G. Correlation between the specific energies of formation and development of inter-borehole fractures when breaking rock bodies with expansion tools. In: Pershin G.D. (ed.). *Mining, processing and use of natural stone*. Magnitogorsk: Nosov Magnitogorsk State Technical University; 2005. Iss. 5, pp. 191–200. (In Russ.)
8. Latyshev O.G. *Rock disintegration*. Moscow: Teplotekhnika; 2007. 660 p. (In Russ.)

### Информация об авторах

**Першин Геннадий Дальтонович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры горных машин и транспортно-технологических комплексов, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Российская Федерация

**Пшеничная Елена Геннадьевна** – кандидат технических наук, доцент кафедры механики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Российская Федерация

**Мажитов Артур Маратович** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой горных машин и транспортно-технологических комплексов, Магнитогорский государственный технический университет имени Г.И. Носова, Магнитогорск, Российская Федерация; e-mail: artur.mazhitov@yandex.ru

### Информация о статье

Поступила в редакцию: 11.03.2022  
Поступила после рецензирования: 06.04.2022  
Принята к публикации: 06.04.2022

### Information about the authors

**Gennagy D. Pershin** – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Mining Machines and Transportation Technological Complexes, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russian Federation

**Elena G. Pshenichnaya** – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Mechanics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russian Federation

**Artur M. Mazhitov** – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of Department of Mining Machines and Transportation Technological Complexes, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russian Federation; e-mail: artur.mazhitov@yandex.ru

### Article info

Received: 11.03.2022  
Revised: 06.04.2022  
Accepted: 06.04.2022