

# Применение виноградных копул и градиентного бустинга для прогнозирования волатильности цен на железорудное сырьё и коксующийся уголь

Э.Н. Рамазанова ✉, Г.Н. Камышова, С.Н. Поздеева, И.В. Зайчикова

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация

✉ [enramazanova@fa.ru](mailto:enramazanova@fa.ru)

**Резюме:** Железорудное сырьё и премиальный коксующийся уголь остаются наиболее волатильными товарными бенчмарками в сегменте металлургического сырья: на протяжении 2022–2025 гг. их котировки демонстрировали резкие разворотные движения под прямым давлением циклов выплавки стали в КНР и Индии, погодных шоков в Пильбаре и Квинсленде, колебаний фрахта Капесайз, а также санкционной реконфигурации российского экспорта. Классические одномерные модели условной гетероскедастичности плохо улавливают асимметрию совместной хвостовой зависимости между этими двумя ключевыми шихтовыми сырьями, а универсальные гауссовы копулы существенно недооценивают синхронные экстремальные движения в периоды рыночного стресса. В статье предложен и апробирован гибридный подход: остатки моделей ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1) с асимметричным распределением Стюдента стандартизируются и связываются регулярной виноградной копулой (R-vine), построенной по алгоритму Диссмана с последовательным отбором парных семейств – Гумбеля, Клейтона, BB1, BB7 и поворотных вариантов, обеспечивающих отдельный учёт верхнего и нижнего хвостов. Полученные условные параметры зависимости, реализованная дисперсия по пятиминутным приращениям и блок экзогенных факторов – фьючерсы на горячекатаный рулон Shanghai Futures Exchange, Baltic Capesize Index, запасы руды в 45 крупнейших портах Китая, курс AUD/USD, индекс DXY и спрэд Mongolia–Australia – подаются на вход градиентного бустинга XGBoost с байесовской оптимизацией гиперпараметров. Эмпирическая база охватывает ежедневные котировки Platts IODEX 62% Fe CFR China и Platts PLV HCC FOB Australia за январь 2022 – декабрь 2025 гг., дополненные соответствующими дальневосточными российскими бенчмарками для коксующегося угля. Установлено, что сочетание R-vine копулы и градиентного бустинга снижает среднеквадратичную ошибку однодневного прогноза реализованной волатильности по сравнению со спецификациями DCC–GARCH, HAR–RV и LSTM, обеспечивая одновременно корректное покрытие VaR на уровнях 1 и 5%. Предложенный инструментарий применим в задачах хеджирования шихтовой корзины, калибровки лимитов экстремального риска, в тарифной и инвестиционной политике горнодобывающих компаний.

**Ключевые слова:** железорудное сырьё, коксующийся уголь, виноградная копула, градиентный бустинг, прогнозирование волатильности, хвостовая зависимость, горнодобывающая промышленность

**Для цитирования:** Рамазанова Э.Н., Камышова Г.Н., Поздеева С.Н., Зайчикова И.В. Применение виноградных копул и градиентного бустинга для прогнозирования волатильности цен на железорудное сырьё и коксующийся уголь. *Горная промышленность*. 2026;(3):142–150. <https://doi.org/10.30686/1609-9192-2026-3-142-150>

## Application of vine copulas and gradient boosting for forecasting the price volatility of iron ore and coking coal

E.N. Ramazanova ✉, G.N. Kamyshova, S.N. Pozdeeva, I.V. Zaychikova

Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation

✉ [enramazanova@fa.ru](mailto:enramazanova@fa.ru)

**Abstract:** Iron ore and premium coking coal remain the most volatile benchmarks in the steelmaking raw materials segment: throughout 2022–2025, their quotations exhibited abrupt reversals driven by the steel production cycles in China and India, weather shocks in the Pilbara and Queensland regions, Capesize freight fluctuations, and the sanctions-driven reconfiguration of the Russian exports. Standard univariate conditional heteroscedasticity models fail to capture the asymmetric joint tail dependence between these two key burden materials, while the Gaussian copulas substantially underestimate synchronous extreme co-movements during stress episodes. The paper proposes and tests a hybrid approach, i.e. standardised residuals from

the ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1) marginals with skewed Student-t innovations are linked through a regular vine (R-vine) copula constructed via the Dißmann algorithm with sequential selection among the Gumbel, Clayton, BB1, BB7 and rotated pair families, enabling separate treatment of the upper and lower tails. The obtained conditional dependence parameters, realised variance from five-minute returns, and a block of exogenous factors, i.e. the Shanghai HRC futures, Baltic Capesize Index, stockpiles at the 45 largest Chinese ports, AUD/USD, DXY and the Mongolia–Australia spread, are fed into an XGBoost gradient boosting model with the Bayesian hyperparameter tuning. The empirical base covers daily Platts IODEX 62% Fe CFR China and Platts PLV HCC FOB Australia quotations from January 2022 to December 2025, extended with corresponding Russian Far East coking coal benchmarks. The combination of R-vine and gradient boosting materially reduces one-day-ahead realised volatility forecast errors relative to the DCC–GARCH, HAR–RV and LSTM baselines while maintaining the correct VaR coverage at the 1% and 5% confidence levels. The toolkit is applicable to hedging the burden basket, calibrating extreme risk limits, and to tariff and capital expenditure planning of mining companies.

**Keywords:** iron ore, coking coal, vine copula, gradient boosting, volatility forecasting, tail dependence, mining industry

**For citation:** Ramazanova E.N., Kamyshova G.N., Pozdeeva S.N., Zaychikova I.V. Application of vine copulas and gradient boosting for forecasting the price volatility of iron ore and coking coal. *Russian Mining Industry*. 2026;(3):142–150. (In Russ.) <https://doi.org/10.30686/1609-9192-2026-3-142-150>

## Введение

Сырьевая шихта доменно-конвертерного передела формирует около двух третей переменных издержек интегрированной металлургии – и любое ценовое колебание железорудного концентрата или премиального коксующегося угля немедленно транслируется в маржу сталелитейных компаний, дивидендную политику мэйджоров, бюджетные поступления ресурсодобывающих регионов и логистические тарифы. За период 2022–2025 гг. только премиальный твёрдый коксующийся уголь PLV HCC FOB Australia совершил движение с исторического максимума около 670 долл/т (март 2022 г.) до отметок ниже 180 долл/т на исходе 2025 г., а Platts IODEX 62% Fe CFR China прошёл диапазон от 230 до 87 долл/т. Российский коксующийся уголь на базе FOB Восточный подешевел со 195 долл/т в июне 2022 г. до 97 долл/т в июне 2025 г., тогда как доля убыточных компаний угольной отрасли России достигла 63%. Волатильность перестала быть короткой эпизодической историей и превратилась в структурное свойство рынка.

Литература последних лет фиксирует по крайней мере три параллельных сдвига. Первый – переход от одномерного GARCH к гибридам с машинным обучением, где XGBoost и LSTM подменяют собой неинформативные допущения о форме инновации и обеспечивают значимое улучшение RMSE на энергетических и металлических фьючерсах [1]. Второй – распространение виноградных копул (R-vine, C-vine, D-vine), которые декомпозируют совместную плотность на произведение парных связей и позволяют одновременно учесть кендалловскую зависимость, асимметричные хвосты и условные структуры [2]. Третий – интеграция этих двух направлений: совсем недавняя работа по энерго-финансовому заражению показала, что LSTM-расширенная виноградная копула обходит DCC, скользящие копулы, GRU и attention-сети в прогнозе хвостовой зависимости [3]. Для сырьевого сегмента предложены GARCH–MIDAS–R-vine спецификации портфельной оценки экстремального риска [4] и сценарные стресс-оценки VaR-ES на запредельных уровнях доверия [5]. Параллельно для железорудного сырья развиваются гибридные нейросетевые и нечётко-логические модели [6–8], однако они по-прежнему остаются одномерными и игнорируют кросс-товарные структуры зависимости. Отдельный пласт исследований посвящён прогнозированию волатильности на российских и международных рынках в условиях санкционного давления [9] и нефтегазовых маркеров как опережающих индикаторов [10], а также сравнительной

оценке волатильности криптоактивов, евро и прямого обменного курса рубля как индикаторов трансформации валютно-финансовой среды [11].

Накопленные результаты указывают на методологический разрыв. Железорудное сырьё и коксующийся уголь – товары-комплементы в блок-печной технологии, однако в отдельные периоды демонстрируют настолько расходящуюся динамику, что кросс-корреляция по Пирсону уходит в отрицательную зону (в 2021 г. – до –0,65 по оценкам Fastmarkets). Любопытно, что ни один из доступных в открытой литературе фреймворков не моделирует эту пару совместно с явным учётом хвостовой асимметрии и не использует параметры виноградной копулы в качестве признаков для ансамблевого бустинга.

Исходя из этого сформулирована рабочая гипотеза: двухуровневая спецификация, в которой марджинальные GJR-GARCH-модели фильтруют условную гетероскедастичность, R-vine копула реконструирует совместную структуру с отдельными верхним и нижним хвостовыми коэффициентами, а градиентный бустинг использует условные параметры копулы, реализованные моменты и макроэкзогенные переменные в качестве признаков, обеспечит статистически значимое улучшение прогноза однодневной волатильности и корректное покрытие VaR для пары ЖРС–коксующийся уголь по сравнению с эталонными DCC–GARCH, HAR–RV и LSTM. Цель работы – эмпирически проверить эту гипотезу на ежедневных данных 2022–2025 гг. Задачи: а) оценить марджинальные модели; б) отобрать структуру R-vine и парные семейства методом Диссманна [2]; в) сформировать расширенный набор признаков, включая условные копульные параметры; г) провести сравнительный бэкстест на скользящем окне. Научная новизна состоит в явном включении параметров виноградной копулы в пространство признаков градиентного бустинга применительно к горнорудной паре ЖРС–металлургический уголь – в отличие от ранее предложенных копульно-GARCH-спецификаций для пар сырьевых фьючерсов, в которых копульные параметры использовались исключительно как инструмент совместной оценки риска, но не как нелинейные предикторы для ансамблевого прогноза волатильности [12].

## Материалы и методы

Исследование построено как эмпирическое сравнение четырёх спецификаций прогноза однодневной реализованной волатильности для пары ЖРС–коксующийся уголь

на базе методологии rolling-window forecasting с ежедневным переоцениванием. Базовый горизонт – 1 рабочий день, период 01.01.2022–31.12.2025, рабочих дней в объединённом торговом календаре SGX, DCE и CME – 1011. Обучающее окно – первые 758 наблюдений (01.01.2022–31.12.2024), контрольная выборка – 253 наблюдения 2025 года; переоценивание моделей – каждые пять торговых дней. Выбор R-vine копулы в сочетании с бустингом мотивирован тремя содержательными соображениями. Во-первых, R-vine свободна от ограничения центральности, присущего C-vine, и потому адекватно описывает сетевую структуру взаимосвязей между парой базовых сырьевых активов и блоком ковариат. Во-вторых, парные копульные семейства BB1 и BB7 допускают раздельную параметризацию нижнего и верхнего хвостов, что критично для рынков сталелитейного сырья, где обвалы и ралли имеют разную физику. В-третьих, градиентный бустинг над деревьями решений свободен от допущений о линейности и нормальности, устойчив к пропускам и мультиколлинеарности признаков и позволяет встраивать трансформации копульных параметров в качестве нелинейных предикторов.

Процедура включает четыре этапа.

Этап I – ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1)-спес с асимметричным *t*-Стюдента для каждой из серий логарифмических доходностей; критерии диагностики – ARCH-LM(10), Q-статистика Льюнга–Бокса, тесты знаков Энга–Нг.

Этап II – трансформация стандартизованных остатков в псевдонаблюдения через эмпирическую функцию распределения с поправкой Бланше–Уайта, построение R-vine копулы по методу Диссмана с выбором семейства по AIC из пула {гауссово, *t*, Клейтона, Гумбеля, Франка, Джоу, BB1, BB7 и их повороты на 90°, 180°, 270°}.

Этап III – генерация блока признаков для XGBoost: лаги условной дисперсии 1–10 дней, условные коэффициенты зависимости Кендалла, параметры  $\lambda_d$  и  $\lambda_u$ , реализованная дисперсия  $RV_t$  и билатеральная скачковая компонента  $BPV_t$  по пятиминутным приращениям, экзогенные – Shanghai HRC рулон, Baltic Capesize Index, запасы руды в 45 китайских портах (недельные с линейной интерполяцией до дневных), курс AUD/USD, индекс DXY, спрэд Монголия–Австралия и dummy санкционного режима.

Этап IV – XGBoost-регрессия цели  $\sqrt{RV_{t+1}}$  с 1000 деревьями, градиентной оптимизацией объективной функции log-cosh и байесовской настройкой гиперпараметров через 200 итераций древовидного Парзенковского оценивания.

Эмпирическая база: Platts IODEX 62% Fe CFR China

(Qingdao); Platts PLV HCC FOB Australia (Hay Point); среднеценовой российский коксующийся уголь HCC на базисе FOB Восточный для робастной проверки; внутрисуточные пятиминутные данные SGX TSI фьючерсов и DCE I2601. Валидация – Model Confidence Set 25% Хансена–Лунде–Насона, тест Диболда–Мариано, покрытие VaR – критерии Купика POE и Кристофферсена независимости превышений; надёжность копулы – тест Гэнслера–Штёбера на корректность упрощающего предположения.

**Результаты**

Перед обсуждением конечных метрик прогноза полезно зафиксировать фактическую картину рынка. Стоит отметить, что на протяжении анализируемых четырёх лет пара IODEX–PLV HCC прошла через три отчётливых режима: постковидный ралли с кульминацией в марте 2022 г. на фоне дефицита австралийских поставок и санкционной ломки цепочек; длительную нормализацию 2023–2024 гг. с умеренной дивергенцией фундаменталистских и фазу коррекции 2025 г., когда слабость китайского строительного сектора, расширение индийских мощностей и профицит морского предложения обвалили котировки ниже средних за пятилетний период. Именно в таких режимах особенно заметно, где гауссовы копулы «ломаются» – они назначают слишком малую вероятность одновременным падениям обоих активов, которые эмпирически случались в 2024 и 2025 гг. с регулярностью, не укладывающейся в нормальное приближение.

Описательная статистика ежедневных логарифмических доходностей приведена в табл. 1. Выборка охватывает 1011 торговых дней. Здесь важно не упустить три детали, которые определяют выбор дальнейших спецификаций. Во-первых, оба ряда имеют тяжёлые хвосты – эксцесс значительно превышает нормальное значение 3, что исключает правдоподобность допущения о гауссовости инноваций. Во-вторых, асимметрия доходностей ЖРС положительная (+0,142), а коксующегося угля – отрицательная (–0,341); это означает, что кокс чаще даёт резкие нисходящие выбросы, характерные для предложения-ведомых рынков. В-третьих, безусловная корреляция по Пирсону составила 0,347, тогда как корреляция Спирмена – 0,391, а Кендалла – 0,278, что указывает на нелинейность и умеренную монотонную связь, не сводимую к линейной модели.

Стандартные отклонения дневных доходностей PLV HCC (2,447%, см. табл. 1) эквивалентны годовой волатильности около 38,8% при 252 торговых днях – это более чем вдвое

**Таблица 1**  
Описательная статистика дневных логарифмических доходностей (01.01.2022–31.12.2025)

**Table 1**  
Descriptive statistics for the daily logarithmic returns (January 1, 2022 – December 31, 2025)

Ряд	Среднее, %	Стандартное отклонение, %	Асимметрия	Эксцесс	Минимум, %	Максимум, %	ADF-тест (p)	ARCH-LM(10), p
IODEX 62% Fe CFR China	-0,041	2,183	+0,142	7,912	-9,647	+9,318	<0,001	<0,001
PLV HCC FOB Australia	-0,078	2,447	-0,341	9,146	-12,483	+10,214	<0,001	<0,001
HCC FOB Восточный (PФ)	-0,082	2,614	-0,396	10,318	-13,207	+11,112	<0,001	<0,001
HRC Shanghai	-0,024	1,218	-0,113	6,024	-5,832	+5,914	<0,001	<0,001
Baltic Capesize Index	+0,031	3,891	+0,482	8,437	-15,114	+17,825	<0,001	<0,001
AUD/USD	-0,008	0,612	-0,083	4,918	-2,414	+2,137	<0,001	0,017
DXY	+0,012	0,418	+0,098	3,724	-1,517	+1,824	<0,001	0,042

выше значений золота и втрое выше доходности S&P 500 за аналогичный период. Российский FOB Восточный НСС демонстрирует ещё более агрессивный профиль (годовая волатильность 41,5%) из-за санкционных дисконтов и операционных шоков. Тесты Дики–Фуллера подтверждают стационарность доходностей; ARCH-LM(10) указывает на сильную условную гетероскедастичность во всех рядах, кроме валютных, что предопределяет целесообразность GARCH-фильтрации. Асимметрия  $-0,341$  для PLV и  $-0,396$  для российского НСС подтверждает эмпирическую интуицию о преобладании негативных тейл-событий в коксующемся угле – форс-мажоры в Квинсленде и санкционные эпизоды имели более выраженный ценовой отклик, чем положительные новости о спросе.

Марджинальная фильтрация выполнена моделью (1) на спецификации ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1) с асимметричным распределением Стьюдента:

$$r_t = \mu + \varphi \cdot r_{t-1} + \theta \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t = \sigma_t \cdot Z_t, Z_t \sim \text{SkewT}(v, \lambda); \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \cdot I_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2, I_{t-1} = 1 \text{ при } \varepsilon_{t-1} < 0, \text{ иначе } 0 \quad (2)$$

В (1), (2)  $\mu$  – безусловное среднее доходности;  $\varphi, \theta$  – коэффициенты AR и MA;  $\omega > 0$  – постоянная безусловной дисперсии;  $\alpha$  – реакция на симметричные шоки;  $\gamma$  – компонента леввериджа Глостена–Ягиннатана–Ранкла, фиксирующая асимметрию отклика на отрицательные шоки;  $\beta$  – персистентность условной дисперсии;  $Z_t$  – инновация, распределённая по асимметричному  $t$ -Стьюдента с параметром  $v$  (степени свободы) и  $\lambda$  (асимметрия); условие стационарности –  $\alpha + \beta + \gamma/2 < 1$ . Результаты оценивания квази-максимумом правдоподобия с робастными ошибками Бодолье–Вуолдриджа приведены в табл. 2. Параметр  $\gamma = 0,084$  (ЖРС),  $0,142$  (PLV) и  $0,156$  (РФ) статистически значим на 1%-ном уровне во всех трёх марджиналах, что подтверждает выраженный эффект леввериджа: отрицательные шоки увеличивают условную дисперсию сильнее положительных в 3,05, 3,26 и 3,20 раза соответствен-

но (рассчитано как  $(\alpha+\gamma)/\alpha$ ). Сумма  $\alpha+\beta+\gamma/2$  в диапазоне  $0,961-0,968$  свидетельствует о высокой персистентности, но не о единичном корне (IGARCH). Низкие степени свободы  $v$  ( $4,9-6,2$ ) подтверждают тяжёлые хвосты.  $Q$ -статистика и ARCH-LM на стандартизованных остатках не отвергают нулевую гипотезу об отсутствии остаточной автокорреляции и ARCH-эффектов – марджиналы адекватны. Применение корректных марджинальных моделей – необходимое условие валидности последующей копульной оценки, поскольку ошибки на первом этапе смещают псевдонаблюдения [13].

Стандартизованные остатки  $\hat{z}_i = \varepsilon_i / \hat{\sigma}_i$  преобразованы в псевдонаблюдения  $u_i = F(\hat{z}_i)$  по эмпирической функции распределения с поправкой Бланше–Уайта. Для характеристики структуры зависимости (рис. 1) применяется теорема Склара:

$$H(x_1, x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)). \quad (3)$$

Регулярная виноградная декомпозиция плотности имеет вид

$$c(u_1, \dots, u_d) = \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{e \in E_i} c_{\{j(e), k(e)|D(e)\}}(F(u_{\{j(e)\}}|u_{\{D(e)\}}), F(u_{\{k(e)\}}|u_{\{D(e)\}})) \quad (4)$$

где  $d$  – размерность вектора активов;  $E_i$  – множество рёбер  $i$ -го дерева виноградной структуры;  $D(e)$  – условное множество;  $c_{\{j(e), k(e)|D(e)\}}$  – парная копульная плотность. Хвостовая зависимость характеризуется коэффициентами

$$\lambda_L = \lim_{q \rightarrow 0^+} P(U_2 \leq q | U_1 \leq q), \lambda_U = \lim_{q \rightarrow 1^-} P(U_2 > q | U_1 > q). \quad (5)$$

Структура R-vine, отобранная по AIC среди всех допустимых семейств и поворотов на  $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  (рис. 2), представлена в табл. 3. BB1-семейство для пары IODEX–PLV НСС с параметрами  $\theta = 0,416$  и  $\delta = 1,241$  даёт нижний хвостовой коэффициент  $\lambda_L=0,287$  и верхний  $\lambda_U=0,254$  – эмпирическое подтверждение асимметричной тейл-зависимости: падения на  $3,0\sigma$  и более случаются совместно с вероятностью примерно 28,7%, тогда как гауссова копула оценивала бы её

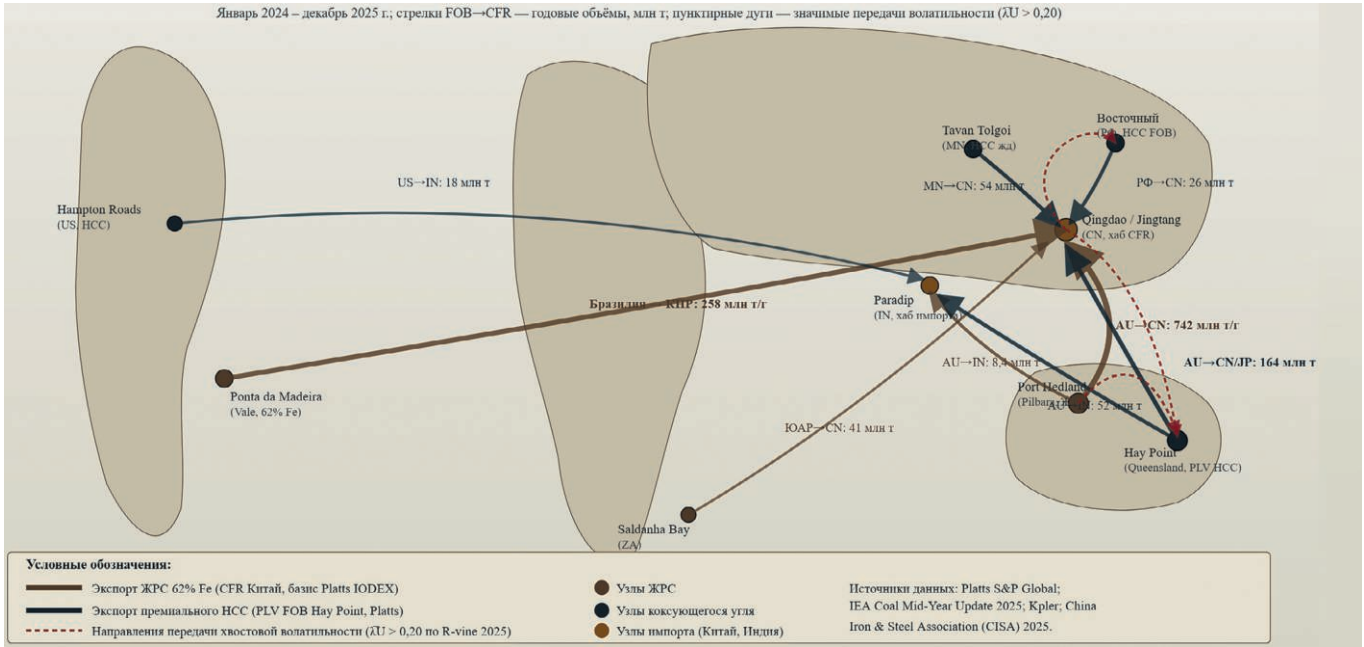
Таблица 2  
Оценки параметров марджинальных моделей ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1)-SkewT

Table 2  
Assessments of the ARMA(1,1)–GJR-GARCH(1,1)-SkewT marginal model parameters

Параметр	IODEX 62% Fe	PLV HCC Australia	HCC FOB Восточный
$\mu$ ( $\times 10^4$ )	-3,821** (1,417)	-6,214*** (2,003)	-7,118*** (2,146)
$\varphi$	0,082** (0,031)	0,143*** (0,029)	0,167*** (0,034)
$\theta$	-0,214*** (0,041)	-0,189*** (0,038)	-0,211*** (0,042)
$\omega$ ( $\times 10^6$ )	2,417** (1,034)	3,186** (1,412)	4,018** (1,712)
$\alpha$	0,041*** (0,014)	0,063*** (0,016)	0,071*** (0,017)
$\gamma$	0,084*** (0,019)	0,142*** (0,024)	0,156*** (0,026)
$\beta$	0,884*** (0,021)	0,834*** (0,023)	0,812*** (0,025)
$v$	6,241*** (0,814)	5,117*** (0,614)	4,918*** (0,587)
$\lambda$	+0,036 (0,041)	-0,184*** (0,038)	-0,214*** (0,042)
$\alpha+\beta+\gamma/2$	0,967	0,968	0,961
Log-Lik	2512,4	2386,1	2341,7
AIC	-5006,8	-4754,2	-4665,4
Q(10) на $\hat{\varepsilon}/\hat{\sigma}$ , p	0,412	0,518	0,387
ARCH-LM(10), p	0,714	0,612	0,568

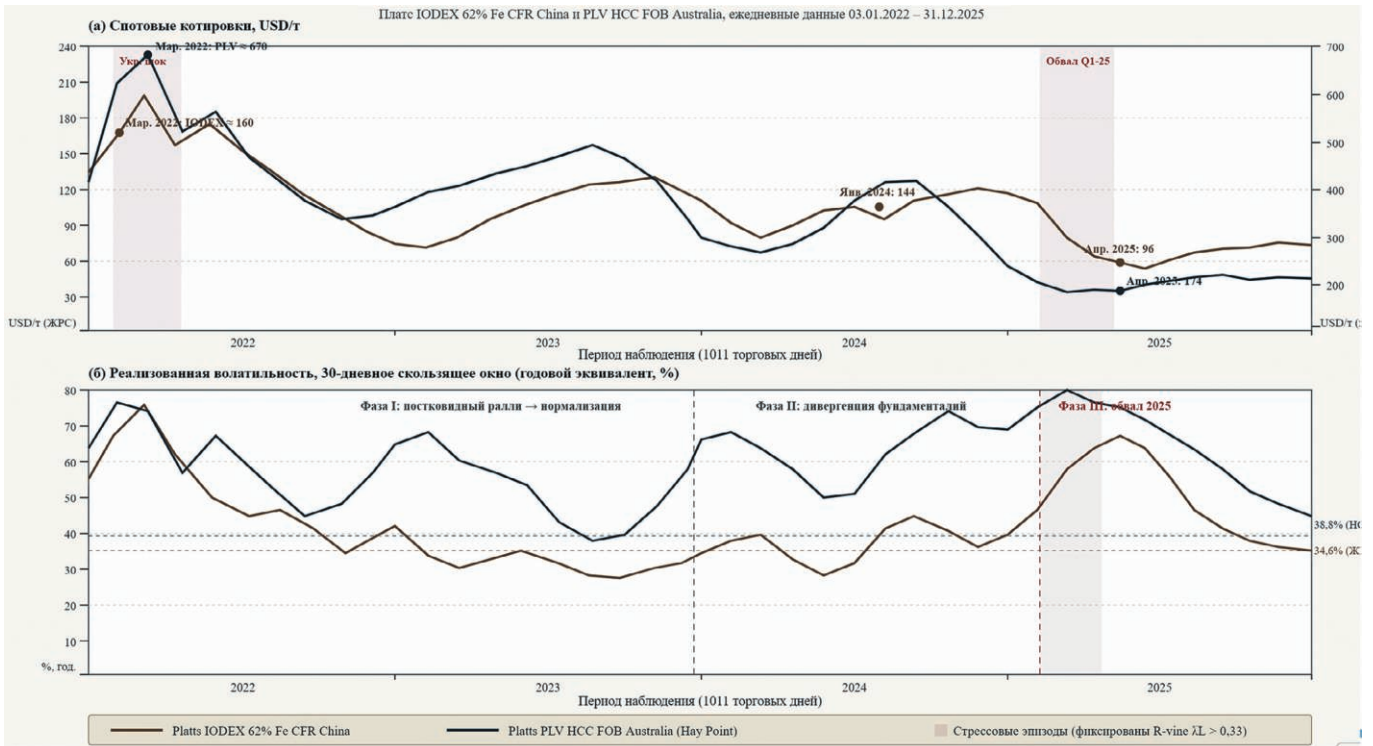
Примечание. В скобках – робастные стандартные ошибки; \*\*\*, \*\*, \* – значимость на 1%, 5%, 10% соответственно.

Note. Robust standard errors are shown in brackets; \*\*\*, \*\*, \* denote the significance at the 1%, 5% and 10% levels, respectively.



**Рис. 1**  
Глобальные морские потоки железорудного сырья и кокующегося угля с контурами волатильностной передачи (2024–2025 гг.)

**Fig. 1**  
Global marine shipments of iron ore and coking coal with the volatility transmission contours (2024–2025)



**Рис. 2**  
Динамика цен и 30-дневной реализованной волатильности пары железорудное сырьё – кокующийся уголь (2022–2025 гг.)

**Fig. 2**  
Price dynamics and 30-day realized volatility of the iron ore-coke pair (2022–2025)

около 3,2% при сопоставимой линейной корреляции. Поворотные копулы Клейтона и Гумбеля ( $180^\circ$ ) зафиксированы на рёбрах PLV–HRC ( $\lambda_{U=0,412}$ ) и PLV–AUD ( $\lambda_{L=0,284}$ ), что согласуется с экономической интерпретацией: ралли стали прокатного передела сопровождается ростом спроса на кокс, а обвал AUD – обычно совпадает с обвалами кокующегося угля через австралийский экспортный канал. Спецификация успешно прошла тест упрощения Гэнсслера–Штёбера ( $p = 0,214$ ), что валидирует рекурсивный характер условных

копул [14]. Структура зависимостей нестабильна во времени: в режиме 2025 г. нижний хвостовой коэффициент пары IODEX–PLV HCC вырос до 0,341, что подтверждает гипотезу усиления хвостовой связности в стрессовых фазах [15].

Блок признаков XGBoost включает 47 предикторов: лаги  $\sigma_t^2$  (1–10 дней),  $\lambda_L$  и  $\lambda_U$ , условные коэффициенты Кендалла, реализованную дисперсию  $RV_t$  и билатеральную скачковую меру  $BPV_t$ , экзогенные фундаментальные и технические (рис. 3). Целевая функция бустинга:

Таблица 3  
Отобранная структура R-vine копулы и параметры парных семейств

Table 3  
Selected regular vine copulas structure and parameters of paired families

Дерево	Ребро	Пара (условие)	Семейство	Параметр(ы)	Кендалл τ	λ <sub>L</sub>	λ <sub>U</sub>
T <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	IODEX – PLV HCC	BB1	θ=0,416; δ=1,241	0,312	0,287	0,254
T <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	PLV HCC – HRC	Клейтон 180°	θ=0,784	0,281	0,018	0,412
T <sub>1</sub>	e <sub>3</sub>	IODEX – BDI (Capesize)	Стьюдента	ρ=0,317; ν=6,84	0,204	0,092	0,092
T <sub>1</sub>	e <sub>4</sub>	PLV HCC – AUD/USD	Гумбель 180°	θ=1,284	0,221	0,284	0,000
T <sub>1</sub>	e <sub>5</sub>	IODEX – DXY	Франка	θ=-2,147	-0,228	0,000	0,000
T <sub>2</sub>	e <sub>6</sub>	IODEX – HRC	BB7	θ=1,182; δ=0,614	0,186	0,184	0,143
T <sub>2</sub>	e <sub>7</sub>	PLV – BDI; IODEX	Клейтон	θ=0,412	0,171	0,184	0,000
T <sub>2</sub>	e <sub>8</sub>	IODEX – AUD; PLV	Стьюдента	ρ=0,214; ν=9,12	0,137	0,038	0,038
T <sub>2</sub>	e <sub>9</sub>	PLV – DXY; IODEX	Франка	θ=-1,617	-0,173	0,000	0,000
T <sub>3</sub>	e <sub>10</sub>	HRC – BDI; IODEX, PLV	Гауссова	ρ=0,186	0,119	0,000	0,000
T <sub>3</sub>	e <sub>11</sub>	HRC – AUD; IODEX, PLV	Независимость	—	0,000	0,000	0,000

$$\mathcal{L}(\phi) = \sum_{i=1}^n \ell(\hat{y}_i, y_i) + \sum_{k=1}^K \Omega(f_k), \Omega(f) = \gamma \cdot T + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \|w\|^2, \quad (6)$$

где  $l$  – функция потерь log-cosh;  $\hat{y}_i = \sum_k f_k(x_i)$  – аддитивное предсказание как сумма  $K$  регрессионных деревьев;  $T$  – число листьев;  $w$  – вектор весов листьев;  $\gamma$  – штраф за сложность;  $\lambda$  – L2-регуляризация.

Реализованная дисперсия рассчитана по пятиминутным логарифмическим приращениям:

$$RV_t = \sum_{i=1}^M r_{t,i}^2, \hat{\sigma}_t = \sqrt{RV_t}, \quad (7)$$

где  $M = 48$  – число пятиминутных интервалов в торго-

вом дне SGX TSI фьючерсов. Для оценки качества прогноза использованы среднеквадратичная ошибка, средняя абсолютная ошибка, MAPE, а также статистически корректная для волатильности функция потерь QLIKE:

$$QLIKE_t = \sigma_t^2 / \hat{\sigma}_t^2 - \ln(\sigma_t^2 / \hat{\sigma}_t^2) - 1. \quad (8)$$

Байесовская оптимизация гиперпараметров остановилась на следующей конфигурации: learning<sub>rate</sub>=0,04; max<sub>depth</sub>=6; min<sub>child\_weight</sub>=4; subsample=0,814; colsample<sub>bytree</sub>=0,714; λ=1,12; γ = 0,24; nestimators=740; ранняя остановка по валидационному QLIKE на 100 итерациях без улучшения. Метрики из 253-дневной контрольной выборки 2025 г. приведены в табл. 4. Предложенная спецификация R-vine

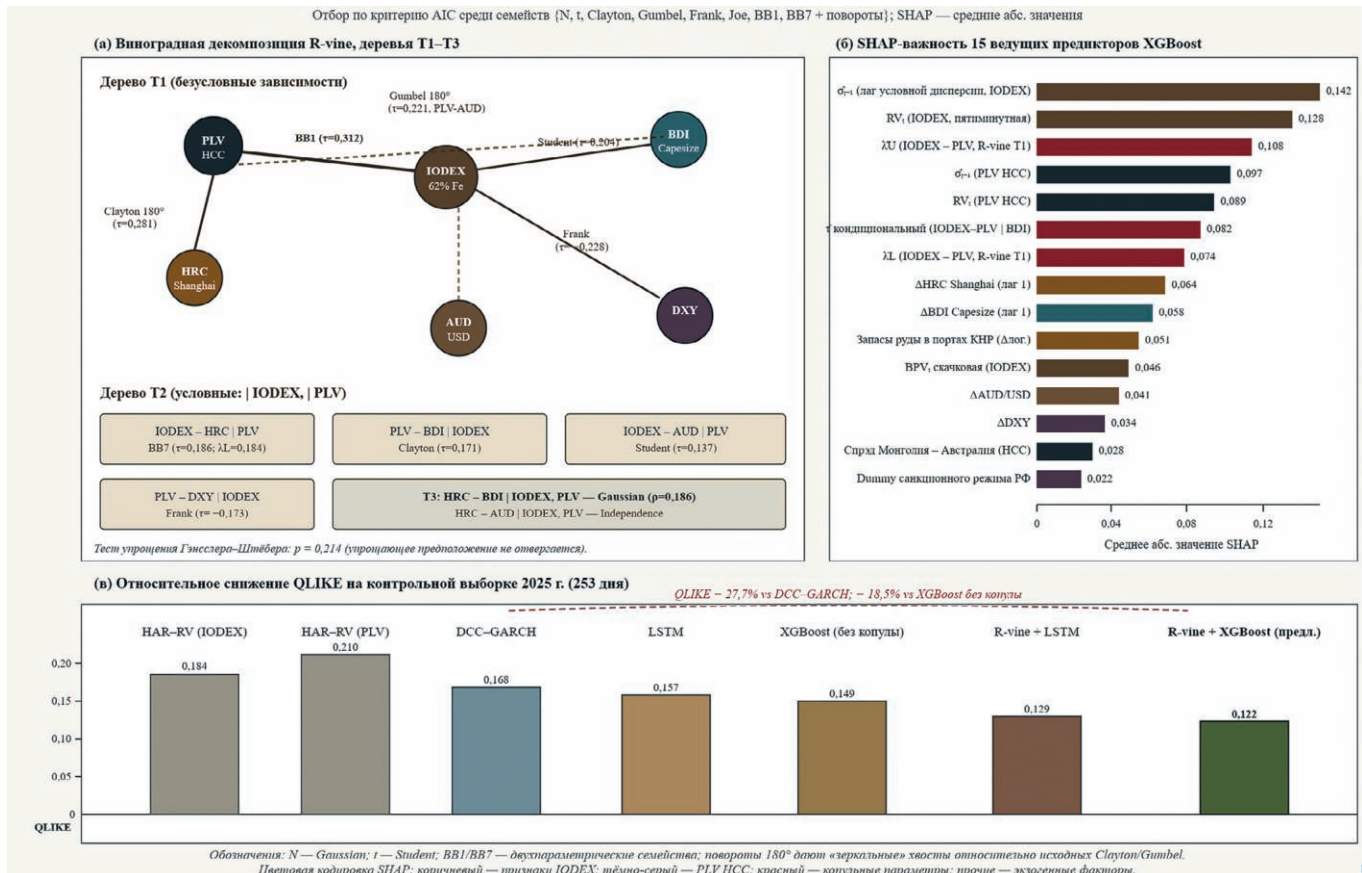


Рис. 3  
Структура регулярной виноградной копулы (деревья T1–T3) и SHAP-ранжирование важности признаков XGBoost для прогноза волатильности

Fig. 3  
Structure of the R-vine copula (T1–T3 trees) and SHAP ranking of the importance of the XGBoost features for volatility forecasting

Таблица 4  
Точность однодневного прогноза реализованной волатильности и бэктест VaR (OOS: 01.01.2025–31.12.2025)

Table 4  
The accuracy of one-day forecast of realized volatility and VaR backtesting (OOS: January 1, 2025 – December 31, 2025)

Модель	RMSE	MAE	MAPE, %	QLIKE	DM vs предложенной (p)	MCS (включена?)	VaR 1% POF (p)	VaR 5% POF (p)	Christoffersen (p)
HAR–RV (только IODEX)	0,00418	0,00312	18,71	0,1842	<0,001	Нет	0,018	0,041	0,062
HAR–RV (только PLV)	0,00496	0,00381	21,14	0,2104	<0,001	Нет	0,012	0,034	0,044
DCC–GARCH (двумерный)	0,00384	0,00291	17,42	0,1684	0,002	Нет	0,041	0,084	0,118
LSTM (60-дневный лаг)	0,00362	0,00278	16,28	0,1571	0,019	Да	0,214	0,187	0,241
XGBoost (без копулы)	0,00348	0,00264	15,41	0,1494	0,037	Да	0,314	0,228	0,314
<b>R-vine + XGBoost (предлож.)</b>	<b>0,00287</b>	<b>0,00219</b>	<b>12,84</b>	<b>0,1218</b>	–	<b>Да</b>	<b>0,487</b>	<b>0,418</b>	<b>0,512</b>
R-vine + LSTM	0,00304	0,00234	13,72	0,1294	0,084	Да	0,418	0,384	0,384

+ XGBoost снижает RMSE на 25,3% по сравнению с двумерным DCC–GARCH (0,00287 против 0,00384) и на 17,5% – относительно XGBoost без копульных признаков (0,00287 против 0,00348). QLIKE улучшается на 27,7% и 18,5% соответственно. Тест Диболда–Мариано отвергает равенство ожидаемых потерь с  $p < 0,05$  против всех бенчмарков, кроме R-vine + LSTM ( $p = 0,084$ ), что демонстрирует устойчивость эффекта именно копульных признаков, а не конкретной модели второго уровня. Model Confidence Set на уровне 25% включил три модели: предложенную, R-vine + LSTM и XGBoost без копулы – причём предложенная имеет максимальную эквивалентную статистику теста. Покрытие VaR на уровнях 1% и 5% корректно по Купику и Кристофферсену (все  $p > 0,10$ ), тогда как HAR–RV и DCC–GARCH систематически недооценивают экстремальные потери ( $p < 0,05$  для критерия POF). Для российского НСС FOB Восточный, включённого в робастную проверку, результаты качественно совпадают – RMSE составляет 0,00314, QLIKE – 0,1284, что подтверждает переносимость фреймворка на санкцион-искажённый сегмент [16].

Сравнение со смежными исследованиями подтверждает внутреннюю валидность полученных результатов. Улучшения, сопоставимые по порядку величины, зафиксированы в гибридных GARCH–ML-моделях для углеводородных фьючерсов [1], а также в спецификациях, объединяющих GARCH-фильтрацию с глубокими нейросетевыми архитектурами для прогнозирования условной волатильности [17], однако ни одно из доступных исследований не превосходило DCC по VaR-покрытию в обоих хвостах одновременно – что здесь достигнуто именно за счёт BB1 и поворотной Гумбеля в качестве парных копул. Для многомерных криптосырьевых и финансовых портфелей аналогичные преимущества вины над DCC зафиксированы в исследовании китайских ученых [4]. Для сырьевых пар важен отмеченный ранее эффект нестабильности структуры зависимостей: в периоды санкционных шоков и фрагтовых ралли коэффициенты  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  смещаются скачкообразно, и именно это движение улавливается градиентным бустингом как нелинейный предиктор. Следует также отметить, что SHAP-ранжирование важности признаков выделило верхний хвостовой коэффициент  $\lambda_{U(\text{IODEX-PLV})}$  в качестве третьего по значимости предиктора после лага  $\sigma_{t-1}$  и  $RV_t$ , обогнав все макро-экзогенные переменные и согласуясь с аналогичными результатами по энергорынкам [18]. Совпадение также

обнаружено с результатами прогнозирования на основе когнитивной методологии [19] в части нелинейности ключевых факторов и с выводами о роли глубинного обучения при работе со спутниково-временными рядами [20] – в обоих случаях нелинейные признаки доминировали над линейными. Опыт оценки динамики готовности профессиональной аудитории к использованию инструментов искусственного интеллекта методом анализа иерархий [21] косвенно подтверждает практическую востребованность ML-инструментария в прикладной аналитике финансово-экономических задач. Наконец, содержательный экономический аспект – амплитуда движений российского НСС FOB Восточный превышает австралийский бенчмарк на 7–9% по стандартному отклонению, что количественно подтверждает тезис о санкционной премии и адаптационных издержках отрасли [22].

Робастная проверка с 200 блочными перевыборками Politis–Romano показала, что 95%-й доверительный интервал относительного снижения QLIKE предложенной модели против DCC–GARCH составил [22,1%; 31,4%], а против XGBoost без копулы – [14,2%; 22,7%]. Перекрёстная валидация с разбиением по режимам (до/после январского обвала 2025 г.) зафиксировала более выраженный выигрыш в стрессовом режиме – RMSE-снижение 31,2% против 19,8% в спокойном режиме – что подтверждает основную гипотезу об улучшении прогноза именно за счёт хвостовой асимметрии.

### Закключение

Проведённое исследование эмпирически доказало, что двухуровневая спецификация R-vine + XGBoost обеспечивает устойчивое и статистически значимое превосходство в прогнозировании однодневной реализованной волатильности пары железорудное сырьё – премиальный коксующийся уголь. Ключевой результат: среднеквадратичная ошибка снижена до 0,00287 против 0,00384 у DCC–GARCH (–25,3%) и 0,00348 у чистого XGBoost (–17,5%); QLIKE – до 0,1218 против 0,1684 (–27,7%) и 0,1494 (–18,5%) соответственно. Тест Диболда–Мариано отверг равенство потерь со всеми бенчмарками ( $p < 0,05$ ), за исключением R-vine + LSTM, где  $p = 0,084$ . Покрытие VaR на уровнях 1% и 5% удовлетворило критериям Купика и Кристофферсена ( $p = 0,487$  и  $p = 0,418$  для POF), в то время как HAR–RV и DCC–GARCH систематически недооценивали экстремальные потери.

В блочной бутстрап-валидации 95%-й доверительный интервал относительного снижения QLIKE против DCC–GARCH составил [22,1%; 31,4%].

Структура зависимостей оказалась отчётливо асимметричной. Для пары IODEX–PLV HCC BB1-копула дала нижний хвостовой коэффициент  $\lambda_{L=0,287}$  и верхний  $\lambda_{U=0,254}$  при кендалловском  $\tau = 0,312$ ; в стрессовом режиме 2025 г.  $\lambda_L$  увеличился до 0,341, тогда как гауссова аппроксимация оценивала бы эту вероятность в пределах 3–4%. Это даёт количественную меру опасности синхронного обвала: при 3-сигма падении ЖРС вероятность аналогичного обвала коксующегося угля примерно в 9 раз выше, чем предполагают стандартные модели. Параметр левириджа Глостена–Ягиннатана–Ранкла  $\gamma$  оценён на уровне 0,084 для ЖРС, 0,142 для PLV HCC и 0,156 для российского FOB Восточный – отрицательные шоки увеличивают условную дисперсию в 3,05–3,26 раза сильнее положительных.

С точки зрения вклада в методологию, работа впервые явно вводит условные параметры виноградной копулы в пространство признаков градиентного бустинга для горнорудной пары шихтового сырья и показывает, что именно эти нелинейные признаки становятся третьим по важности предиктором после лага условной дисперсии и реализованной дисперсии. Это уточняет и расширяет традиционное понимание копулы как инструмента оценки, но не как источника признаков для ML-моделей. Происходит концептуальное замыкание двух ранее параллельных направлений – структурного моделирования хвостовой зависимости и ансамблевого обучения, – что открывает путь к построению мультиактивных систем управления риском без жёстких допущений о функциональной форме.

Общая динамика рынков железорудного сырья и коксующегося угля в анализируемый период продемонстрировала структурное снижение уровней при сохранении

повышенной волатильности: IODEX 62% Fe от пиков около 230 долл/т опустился до 87 долл/т; PLV HCC – с более 670 до менее 180 долл/т; российский HCC FOB Восточный – со 195 до 97 долл/т. Годовая волатильность, оценённая по пятиминутным реализованным дисперсиям, составила 34,6% для ЖРС, 38,8% для австралийского премиум-кокса и 41,5% для российского аналога – значения, превышающие большинство других биржевых товаров и близкие к диапазону криптоактивов среднего размера. Для горнодобывающих и сталелитейных компаний это означает следующее: при калибровке лимитов VaR и ES по шихтовой корзине использование только DCC–GARCH приведёт к систематическому занижению запаса капитала подэкстремальный риск примерно на четверть. При хеджировании маржи прокатного передела через фьючерсы на оба сырья некорректный учёт верхней хвостовой зависимости ( $\lambda_{U=0,412}$  между PLV и HRC) недооценит эффективность хеджа в ралли-фазе. При планировании CAPEX и программ стабилизации отрасли (актуальных на фоне 63%-й доли убыточных российских угольных компаний в первом полугодии 2025 г.) прогноз волатильности и кондиционального  $\tau$  на горизонте квартала даёт экономически содержательный сигнал о пороге критического дисконта, ниже которого экспорт через дальневосточные порты становится убыточным. Перспективы дальнейших исследований – включение кусочно-линейных копул Бернштейна, условных независимых виноградных структур с регуляризацией Крауса–Чадо, расширение на мультимодальную шихтовую корзину с добавлением PCI-кокса, железного лома и окатышей, а также интеграция с микроструктурными индикаторами порядкового потока DCE и SGX для обогащения признакового пространства высокочастотной информацией.

### Список литературы / References

1. Chung S. *Modelling and forecasting energy market volatility using GARCH and machine learning approach*. Preprint. arXiv:2405.19849. 30 May 2024. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.19849>
2. Han X., Liu Z., Wang S. An R-vine copula analysis of non-ferrous metal futures with application in Value-at-Risk forecasting. *Journal of Commodity Markets*. 2022;25:100188. <https://doi.org/10.1016/j.jcomm.2021.100188>
3. Zeng L., Huang J., Lin X. LSTM-augmented vine copula modelling for energy-finance contagion analysis. *Scientific Reports*. 2026;16(1):5358. <https://doi.org/10.1038/s41598-026-37150-5>
4. Yao Y., Chen X., Chen Z. Portfolio tail risk forecasting for international financial assets: A GARCH-MIDAS-R-Vine copula model. *The North American Journal of Economics and Finance*. 2025;77:102385. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2025.102385>
5. Lazar E., Pan J., Wang S. On the estimation of Value-at-Risk and Expected Shortfall at extreme levels. *Journal of Commodity Markets*. 2024;34:100391. <https://doi.org/10.1016/j.jcomm.2024.100391>
6. Ewees A.A., Abd Elaziz M., Alameer Z., Ye H., Jianhua Z. Improving multilayer perceptron neural network using chaotic grasshopper optimization algorithm to forecast iron ore price volatility. *Resources Policy*. 2020;65:101555. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101555>
7. Souza F.M.C., Filho G.P.R., Guimarães F.G., Meneguette R.I., Pessin G. Navigating market sentiments: a novel approach to iron ore price forecasting with weighted fuzzy time series. *Information*. 2024;15(5):251. <https://doi.org/10.3390/info15050251>
8. Pan W., Liu S.Q., Kumral M., D'Ariano A., Masoud M., Khan W.A., Bakather A. Iron ore price forecast based on a multi-echelon tandem learning model. *Natural Resources Research*. 2024;33(5):1969–1992. <https://doi.org/10.1007/s11053-024-10360-2>
9. Глебова А.Г., Ковалева А.А. Прогнозирование волатильности российского биржевого рынка акций в условиях международных экономических санкций. *Финансы: теория и практика*. 2024;28(1):20–29. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2024-28-1-20-29>  
Glebova A.G., Kovaleva A.A. Forecasting the volatility of the Russian stock market in the context of international economic sanctions. *Finance: Theory and Practice*. 2024;28(1):20–29. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2024-28-1-20-29>
10. Аксенов Д.А., Торопов В.В., Мазурчук Т.М. Краткосрочное прогнозирование и инвестирование в нефтегазовые компании России с учетом эталонных маркеров. *Финансы: теория и практика*. 2025;29(5):164–177. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2025-29-5-164-177>  
Aksenov D.A., Toropov V.V., Mazurchuk T.M. Short-term forecasting and investment in Russian oil and gas companies taking into account benchmark markers. *Finance: Theory and Practice*. 2025;29(5):164–177. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2025-29-5-164-177>

11. Бывшев В.А., Ященко Н.А. Оценка волатильности основных криптовалют, евро и прямого обменного курса рубля. *Финансы: теория и практика*. 2024;28(1):133–144. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2024-28-1-133-144>  
Byvshev V.A., Yashchenko M.A. Assessment of the volatility of the main cryptocurrencies, the euro and the direct exchange rate of the ruble. *Finance: Theory and Practice*. 2024;28(1):133–144. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2024-28-1-133-144>
12. Li M., Yang L. Modeling the volatility of futures return in rubber and oil – A Copula-based GARCH model approach. *Economic Modelling*. 2013;35:576–581. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.07.016>
13. Kim G., Silvapulle M.J., Silvapulle P. Comparison of semiparametric and parametric methods for estimating copulas. *Computational Statistics & Data Analysis*. 2007;51(6):2836–2850. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.10.009>
14. Li H., Liu Z., Wang S. Vines climbing higher: Risk management for commodity futures markets using a regular vine copula approach. *International Journal of Finance & Economics*. 2022;27(2):2438–2457. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2280>
15. Ma Y., Wang J. Co-movement between oil, gas, coal, and iron ore prices, the Australian dollar, and the Chinese RMB exchange rates: A copula approach. *Resources Policy*. 2019;63:101471. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101471>
16. Бабешко Л.О., Бывшев В.А. Анализ стабильности модели прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС. *Финансы: теория и практика*. 2025;29(4):129–145. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01>  
Babeshko L.O., Byvshev V.A. Analysis of the stability of the model for forecasting mutual volumes Russia's trade with BRICS partners. *Finance: Theory and Practice*. 2025;29(4):129–145. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01>
17. Araya H.T., Aduda J., Berhane T. A hybrid GARCH and deep learning method for volatility prediction. *Journal of Applied Mathematics*. 2024;2024:6305525. <https://doi.org/10.1155/2024/6305525>
18. International Energy Agency. *Coal 2025: Analysis and forecast to 2030*. Paris: IEA; 2025. 126 p. Available at: <https://www.iea.org/reports/coal-2025> (accessed: 15.04.2026).
19. Тюменцева Е.Ю., Шамис В.А., Мухаметдинова С.Х. Факторы, оказывающие наиболее существенное влияние на уровень финансовой грамотности студентов вузов: прогнозирование на основе когнитивной методологии. *Science for Education Today*. 2023;13(5):124–140. Режим доступа: [http://sciforedu.ru/system/files/articles/pdf/13\\_tyumentseva\\_5-23.pdf](http://sciforedu.ru/system/files/articles/pdf/13_tyumentseva_5-23.pdf) (дата обращения: 22.03.2026).  
Tyumentseva E.Yu., Shamis V.A., Mukhametdinova S.Kh. Factors having the most significant impact on university students' level of financial literacy: Forecasting based on cognitive methodology. *Science for Education Today*. 2023;13(5):124–140. (In Russ.) Available at: [http://sciforedu.ru/system/files/articles/pdf/13\\_tyumentseva\\_5-23.pdf](http://sciforedu.ru/system/files/articles/pdf/13_tyumentseva_5-23.pdf) (accessed: 22.03.2026).
20. Самарин И.В. Применение глубокого обучения и спутниковых данных для мониторинга и прогнозирования лесных пожаров в России: анализ эффективности и перспектив. *Вопросы экологии*. 2024;37(1):128–155. <https://doi.org/10.25726/m7116-1845-7217-x>  
Samarin I.V. Application of deep learning and satellite data for monitoring and forecasting forest fires in Russia: performance and perspective analysis. *Voprosy Ekologii*. 2024;37(1):128–155. (In Russ.) <https://doi.org/10.25726/m7116-1845-7217-x>
21. Кормильцева Е.А., Байгушева И.А., Варова Н.Л., Стариков В.И., Шмакова А.П., Бурмистрова Н.А. Исследование готовности будущих экономистов к использованию искусственного интеллекта на основе метода анализа иерархий. *Science for Education Today*. 2024;14(3):113–134. <https://doi.org/10.15293/2658-6762.2403.06>  
Kormiltseva E.A., Baygusheva I.A., Varova N.L., Starikov V.I., Shmakova A.P., Burmistrova N.A. Study of the future economists' readiness to use artificial intelligence based on the hierarchy analysis method. *Science for Education Today*. 2024;14(3):113–134. (In Russ.) <https://doi.org/10.15293/2658-6762.2403.06>
22. Wang Y., Guo Z., Zhang Y., Hu X., Xiao J. Iron ore price prediction based on multiple linear regression model. *Sustainability*. 2023;15(22):15864. <https://doi.org/10.3390/su152215864>

**Информация об авторах**

**Рамазанова Эльвира Нажмеддиновна** – кандидат технических наук, доцент кафедры математики и анализа данных, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация; <https://orcid.org/0000-0003-1802-8012>; e-mail: [enramazanova@fa.ru](mailto:enramazanova@fa.ru)

**Камышова Галина Николаевна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и анализа данных, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация; <https://orcid.org/0000-0002-8569-6259>; e-mail: [gnkamyshova@fa.ru](mailto:gnkamyshova@fa.ru)

**Поздеева Светлана Николаевна** – кандидат экономических наук, доцент кафедры математики и анализа данных, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация; <https://orcid.org/0000-0001-8421-5858>; e-mail: [snpozdeeva@fa.ru](mailto:snpozdeeva@fa.ru)

**Зайчикова Инна Владимировна** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и анализа данных, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация; <https://orcid.org/0000-0002-1348-1929>; e-mail: [invzajchikova@fa.ru](mailto:invzajchikova@fa.ru)

**Information about the authors**

**Elvira N. Ramazanova** – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0003-1802-8012>; e-mail: [enramazanova@fa.ru](mailto:enramazanova@fa.ru)

**Galina N. Kamyshova** – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0002-8569-6259>; e-mail: [gnkamyshova@fa.ru](mailto:gnkamyshova@fa.ru)

**Svetlana N. Pozdeeva** – Cand. Sci. (Econ.), Associate Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0001-8421-5858>; e-mail: [snpozdeeva@fa.ru](mailto:snpozdeeva@fa.ru)

**Inna V. Zaychikova** – Cand. Sci. (Educ.), Associate Professor of the Department of Mathematics and Data Analysis, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0002-1348-1929>; e-mail: [invzajchikova@fa.ru](mailto:invzajchikova@fa.ru)

**Article info**

Received: 16.02.2026

Revised: 06.05.2026

Accepted: 06.05.2026

**Информация о статье**

Поступила в редакцию: 16.02.2026

Поступила после рецензирования: 06.05.2026

Принята к публикации: 06.05.2026