Оригинальная статья / Original Paper

https://doi.org/10.30686/1609-9192-2026-5-159-163

Применение многоточечной статистики к нерегулярным данным кернового опробования при моделировании медно-порфировых месторождений

И.О. Паничкин, Г.О. Абрамян✉
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», г. Москва, Российская Федерация
✉ gao3d@ya.ru

Резюме: В статье рассмотрена процедура адаптации многоточечной статистики к интервальным данным кернового опробования медно-порфировой системы. Процедура использует нерегулярную скважинную выборку и формирует локальные категориальные шаблоны в анизотропной эллипсоидальной окрестности точки. В расчет включены геологический домен, литологический тип породы, композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала. Для проверки сопоставлены однослойные и многослойные шаблоны, дистанционно-взвешенные и сбалансированные варианты многоточечной статистики, индикаторный кригинг и гибридные схемы. Качество оценивалось по отложенной проверке по скважинам с использованием доли правильных ответов, сбалансированной доли правильных ответов и макроусредненной F1-меры. Для геологических доменов лучший результат дал гибридный вариант многоточечной статистики и индикаторного кригинга: макро-F1 составила 0,401, доля правильных ответов – 0,495. Для литологических типов наилучший макро-F1 получен при совместном учете доменного, литологического и композитного окружения. Для композитного типа и укрупненного класса рудного потенциала лучшие значения макро-F1 обеспечил дистанционно-взвешенный вариант с балансировкой классов. Результаты показывают, что многослойные и дистанционно-взвешенные шаблоны повышают достоверность категориального моделирования и могут применяться при детализации геологической модели.

Ключевые слова: медно-порфировая система, интервальные данные, керновое опробование, многоточечная статистика, индикаторный кригинг, категориальное моделирование, геологический домен, литологический тип, композитный тип, макроусредненная F1-мера

Для цитирования: Паничкин И.О., Абрамян Г.О. Применение многоточечной статистики к нерегулярным данным кернового опробования при моделировании медно-порфировых месторождений. *Горная промышленность*. 2026;(5):159–163. https://doi.org/10.30686/1609-9192-2026-5-159-163

Application of multi-point statistics to irregular core sampling data in modeling of copper-porphyry deposits

I.O. Panichkin, G.O. Abramyan ✉
National University of Science and Technology "MISIS", Moscow, Russian Federation
✉ gao3d@ya.ru

Abstract: The article discusses a procedure for adapting multi-point statistics to interval-based core sampling data obtained from a copper-porphyry system. The procedure uses irregular borehole sampling and generates local category-based patterns within an anisotropic ellipsoidal neighborhood of a point. The calculation includes the geological domain, lithological rock type, composite type, and aggregated class of the ore potential. Single-layer and multi-layer patterns, distance-weighted and balanced variants of multi-point statistics, indicative kriging, and hybrid schemes were compared for verification. The quality was assessed using a post-hoc validation against the borehole data, employing the proportion of the correct answers, the balanced proportion of the correct answers and the macro-averaged F1 score. For the geological domains, the best result was achieved by a hybrid variant combining multi-point statistics and indicative kriging: the macro-F1 score was 0.401, and the proportion of the correct answers was 0.495. For the lithological types, the best macro-F1 score was obtained by jointly considering the domain, lithological, and composite contexts. For the composite type and the aggregated ore potential class, the best macro-F1 scores were achieved using a distance-weighted approach with class balancing. The results show that the multilayer and distance-weighted templates improve the accuracy of category-based modeling and can be used to refine a geological model.

Keywords: copper-porphyry system, interval data, core sampling, multi-point statistics, indicative kriging, category-based modeling, geological domain, lithological type, composite type, macro-averaged F1 score
For citation: Panichkin I.O., Abramyan G.O. Application of multi-point statistics to irregular core sampling data in modeling of copper-porphyry deposits. *Russian Mining Industry.* 2026;(5):159–163. (In Russ.) https://doi.org/10.30686/1609-9192-2026-5-159-163

Введение

Медно-порфировые системы характеризуются сложной пространственной организацией минерализации, литологических доменов и переходных зон. При моделировании таких объектов важно учитывать не только содержание полезного компонента, но и взаимное расположение категориальных признаков, отражающих домен, породу и рудный потенциал.

Классические геостатистические методы, включая кригинг и индикаторный кригинг, описывают локальную пространственную непрерывность, но обычно опираются на парные зависимости. Многоточечная статистика (МТС) позволяет учитывать более сложные пространственные шаблоны, извлекаемые из обучающего изображения [1–6].

Для рудных скважинных данных прямое применение многоточечной статистики затруднено: информация представлена нерегулярными интервалами керна, а не регулярной сеткой. Поэтому актуальна адаптация МТС к координатным скважинным данным и многослойным геологическим признакам [7–10].

Цель исследования – разработать и проверить процедуру адаптации многоточечной статистики к интервальным скважинным данным медно-порфировой системы; сравнить многослойные и раздельные шаблоны, дистанционно-взвешенные сценарии, индикаторный кригинг и гибридные схемы.

Материалы и методы

Исходные данные

Исходные данные представлены интервалами кернового опробования. Для каждого интервала использованы координаты центра, идентификатор скважины, номер линии или разреза, геологический домен, литологический тип породы, композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала, а также содержание меди.

Перед расчетом данные проходят стандартную предварительную обработку: удаление неполных записей, нормализацию категориальных значений и объединение редких категорий.

Построение локального окружения многоточечной статистики

Для каждой анализируемой точки формируется локальное окружение в анизотропном эллипсоиде с горизонтальным радиусом 175 м, вертикальным радиусом 50 м и ограничением до 35 соседей. Координаты масштабируются по радиусам поиска, что позволяет учитывать различие горизонтальной и вертикальной плотности скважинной сети. Схема окружения представлена на рис. 1.

В пределах окружения рассчитываются доли категорий, доминирующая категория, энтропия, число уникальных категорий, секторные, вертикальные и радиальные признаки. Дополнительно используются дистанционно-взвешенные доли и взвешенная энтропия, при которых вклад ближних интервалов выше вклада дальних.

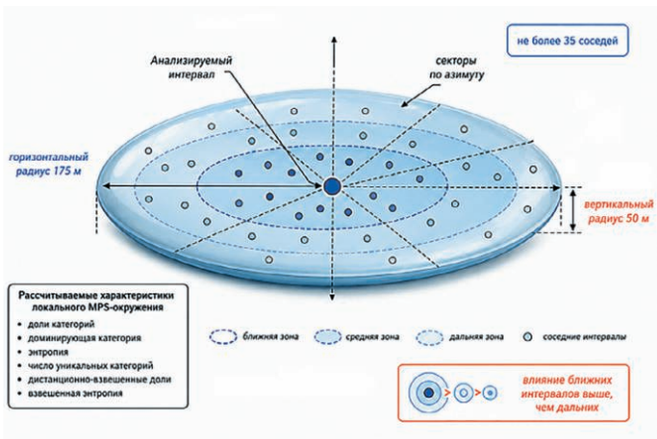


Рис. 1
Схема формирования локального окружения многоточечной статистики

Fig. 1
A schematic representation of the local environment formation in multi-point statistics

Объединенные и раздельные пространственные шаблоны многоточечной статистики

В работе сопоставлены два принципа построения шаблонов: объединенный многослойный и раздельный однослойный. В первом случае для одной точки совместно учитываются доменное, литологическое, композитное и укрупненное рудно-потенциальное окружение. Во втором случае для каждого целевого признака используется только соответствующий слой. Раздельные шаблоны применены как контрольный вариант, позволяющий оценить, дает ли объединение нескольких геологических слоев прирост качества по сравнению с изолированным анализом отдельных признаков.

Сравниваемые модели и метрики

Для проверки использована валидация с отложением части скважин: отдельные скважины исключались из обучающей выборки и применялись только для оценки прогноза. Такой подход снижает риск завышения качества за счет близких интервалов внутри одной скважины и показывает, насколько метод переносит выявленные закономерности на новые скважины.

В качестве методов сравнения рассмотрены ближайший сосед, большинство категорий в радиусе, дистанционно-взвешенное большинство и индикаторный кригинг. Также проверены однослойные, многослойные, дистанционно-взвешенные, сбалансированные и гибридные сценарии МТС. В гибридных вариантах вероятности, полученные по пространственным шаблонам, объединялись с вероятностями индикаторного кригинга.

Качество оценивалось по доле правильных ответов, сбалансированной доле правильных ответов, макроусредненной F1-мере, взвешенной F1-мере и доле попаданий в два наиболее вероятных класса. Основной метрикой принята макро-F1, поскольку она учитывает качество восстановле-

ния как распространенных, так и малочисленных категорий.

Для каждого класса с рассчитываются точность P_c и полнота R_c:

$$P_c = \frac{TP_c}{TP_c + FP_c}, \qquad R_c = \frac{TP_c}{TP_c + FN_c},$$

где TP_c – число правильно предсказанных объектов класса c; FP_c– число объектов, ошибочно отнесенных к классу c; FN_c – число объектов класса c, ошибочно отнесенных к другим классам.

F1-мера для класса с определяется как гармоническое среднее точности и полноты:

$$F_{1,c} = \frac{2P_cR_c}{P_c + R_c}.$$

Для сопоставления качества прогноза по всем категориям используется макроусредненная F1-мера:

$$F_{1,macro} = \frac{1}{K}\sum_{c=1}^{K} F_{1,c},$$

где K – количество классов; $F_{1,c}$ – значение F1-меры для класса c.

Результаты

Общая сравнительная оценка моделей

Эффективность МТС зависит от прогнозируемого категориального слоя. Дистанционно-взвешенный сценарий с балансировкой классов стал лучшим по макро-F1 для композитного типа и укрупненного класса рудного потенциала, а гибрид МТС и индикаторного кригинга – для геологического домена. Для литологического типа наилучший результат обеспечил сценарий, объединяющий доменное, литологическое и композитное окружение. Лучшие методы приведены в табл. 1.

Сводная оценка методов по целевым категориальным признакам

Сводное сравнение методов по макро-F1 представлено на рис. 2. Рассмотрены четыре целевых признака: геологический домен, литологический тип породы, композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала. Единого универсального сценария для всех категорий не выявлено, что связано с различием их геологического содержания и степенью выраженности пространственной связи между соседними интервалами.

Для геологического домена наилучший результат получен гибридным сценарием МТС и индикаторного кригинга с долей МТС 25%. Макро-F1 составила 0,401. Индикаторный кригинг показал близкое значение – 0,400, а многослойный

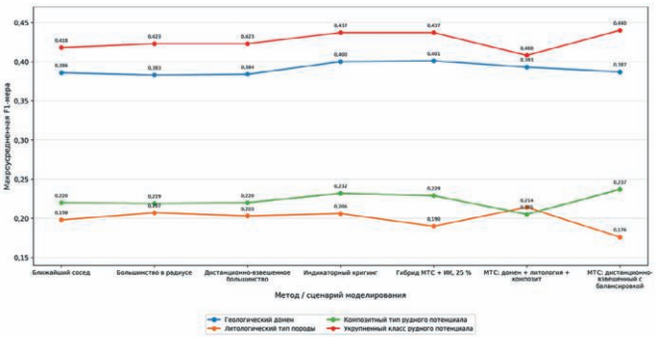


Рис. 2
Сводное сравнение методов моделирования по макроусредненной F1-мере

Fig. 2
A summary comparison of the modeling methods based on the macro-averaged F1 score

сценарий с учетом доменного, литологического и композитного окружения – 0,393. Это указывает на пользу сочетания пространственной непрерывности и многослойного геологического контекста.

Для литологического типа породы лучшим оказался сценарий совместного учета доменного, литологического и композитного окружения: макро-F1 составила 0,214. Индикаторный кригинг дал 0,206, а отдельный литологический шаблон – 0,148. Следовательно, литологический тип надежнее восстанавливается не только по собственному окружению, но и с учетом связи с геологическим доменом и композитным типом рудного потенциала.

Для композитного типа рудного потенциала лучшая макро-F1 получена дистанционно-взвешенным сценарием с балансировкой классов – 0,237. Индикаторный кригинг показал близкое значение – 0,232. Для укрупненного класса рудного потенциала этот же дистанционно-взвешенный сценарий также оказался лучшим: макро-F1 составила 0,440. Близкие значения дали индикаторный кригинг и гибридный вариант с долей МТС 25 % – 0,437.

Таким образом, домен лучше восстанавливается гибридным методом, литологический тип – при совместном учете нескольких слоев, а композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала – при дистанционном взвешивании с балансировкой классов.

Роль многослойности и дистанционного взвешивания

Сравнение однослойных и многослойных схем показывает преимущество сценариев, учитывающих несколько геологических слоев или расстояние до соседних интервалов. Для геологического домена однослойный шаблон дал макро-F1 0,374 против 0,393 у многослойного сценария и 0,401 у гибридного варианта; для литологического типа – 0,148 против 0,214; для композитного типа – 0,201 против 0,237. Влияние типа шаблона показано на рис. 3.

Таблица 1
Лучшие методы по критерию макро-F1

Table 1
The best-available methods according to the macro-F1 score

Целевой признак	Лучший метод	Доля правильных ответов	Макро-F1
Геологический домен	Гибрид МТС + индикаторный кригинг, доля МТС 25%	0,495	0,401
Литологический тип породы	МТС: доменное, литологическое и композитное окружение	0,404	0,214
Композитный тип рудного потенциала	МТС: дистанционно-взвешенный сценарий с балансировкой классов	0,404	0,237
Укрупненный класс рудного потенциала	МТС: дистанционно-взвешенный сценарий с балансировкой классов	0,631	0,440

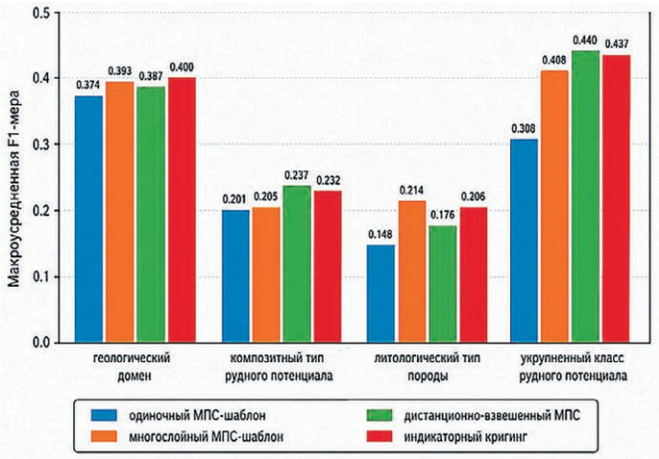


Рис. 3
Влияние однослойных и многослойных пространственных шаблонов на качество прогноза

Fig. 3
The effect of single-layer and multi-layer spatial templates on the forecast quality

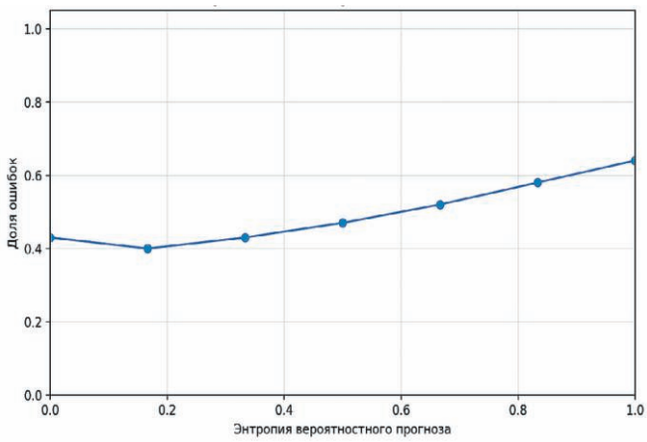


Рис. 4
Связь неопределенности прогноза с частотой ошибок

Fig. 4
A correlation between the forecast uncertainty and the error rate

Результаты подтверждают взаимосвязанность геологических категорий. Совместный учет доменного, литологического и композитного окружения повышает качество прогноза, а дистанционное взвешивание особенно значимо для композитного типа и укрупненного класса рудного потенциала.

Обсуждение

Полученные результаты показывают, что адаптация МТС к интервальным скважинным данным должна учитывать нерегулярность координатной выборки и многослойность геологической информации. В отличие от сеточных обучающих изображений [11–13], интервалы керна имеют неодинаковое пространственное положение, поэтому локальное окружение формируется непосредственно по координатам с учетом анизотропии. Домен, порода, композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала рассматриваются как взаимодополняющие признаки.

Индикаторный кригинг подтвердил статус сильного базового метода сравнения: он устойчиво отражает локальную пространственную непрерывность категорий. Однако для ряда признаков сценарии МТС дают преимущество по макро-F1. Это особенно важно при дисбалансе классов, так как макро-F1 чувствительна не только к массовым, но и к малочисленным категориям.

Главный вывод состоит в том, что разные целевые признаки требуют разных сценариев: для геологического домена эффективен гибрид МТС и индикаторного кригинга, для литологического типа – многослойный контекст, для композитного типа и укрупненного класса рудного потенциала – дистанционно-взвешенный сценарий с балансировкой классов. Поэтому МТС следует рассматривать не как одну универсальную модель, а как набор шаблонно-ориентированных процедур, настраиваемых под геологический смысл целевого признака.

Дополнительно проанализирована связь между неопределенностью вероятностного прогноза и частотой ошибок. Энтропия распределения вероятностей по классам возрастает вместе с долей ошибочных прогнозов (рис. 4), что указывает на концентрацию ошибок в зонах неоднозначной категориальной структуры. Для медно-порфировых систем это закономерно, поскольку переходы между доменами, литологическими типами и классами рудного потенциала часто имеют постепенный характер.

Результаты следует интерпретировать с учетом сложности медно-порфировых систем, для которых характерны неоднородная минерализация, постепенные переходы между доменами, литологическая изменчивость и совмещение нескольких масштабов рудного контроля. Поэтому полученные метрики отражают работоспособность подхода в условиях сложной категориальной неоднородности.

В этих условиях выявление устойчивых паттернов МТС является более сложной задачей, чем классификация заранее хорошо разделимых категорий.

Заключение

1. Предложена процедура адаптации многоточечной статистики к интервальным скважинным данным медно-порфировой системы. Метод формирует локальные шаблоны в анизотропной окрестности и учитывает домен, литологический тип, композитный тип и укрупненный класс рудного потенциала, что позволяет работать не только с содержанием полезного компонента, но и с категориальной структурой рудного поля.
2. Сравнение моделей показало, что для геологического домена лучший результат обеспечивает гибрид МТС и индикаторного кригинга: макро-F1 – 0,401, доля правильных ответов – 0,495. Для литологического типа лучший результат получен при совместном учете доменного, литологического и композитного окружения, что подтверждает зависимость литологического прогноза от многослойного контекста.
3. Для композитного типа и укрупненного класса рудного потенциала наибольшие значения макро-F1 получены при использовании дистанционно-взвешенного сценария с балансировкой классов. Это подтверждает значимость расстояния до соседних интервалов и учета дисбаланса категорий, особенно при моделировании неоднородных и переходных зон.
4. Раздельные однослойные шаблоны уступили лучшим многослойным и дистанционно-взвешенным сценариям. Практическое значение метода состоит в повышении обоснованности категориального моделирования рудного поля, выделении неоднородных зон и подготовке интерпретируемых признаков для детализации трехмерной геологической модели.

Список литературы / References

1. Guardiano F.B., Srivastava R.M. Multivariate geostatistics: Beyond bivariate moments. In: Soares A. (eds) *Geostatistics Tróia '92*. Dordrecht: Springer; 1993. Vol. 1, pp. 133–144. https://doi.org/10.1007/978-94-011-1739-5_12
2. Strebelle S. Conditional simulation of complex geological structures using multiple-point statistics. *Mathematical Geology*. 2002;34(1):1–21. https://doi.org/10.1023/A:1014009426274
3. Mariethoz G., Caers J. Multiple-point geostatistics: Stochastic modeling with training images. John Wiley & Sons; 2015. 376 p. https://doi.org/10.1002/9781118662953
4. Høyer A.-S., Vignoli G., Hansen T.M., Vu L.T., Keefer D.A., Jørgensen F. Multiple-point statistical simulation for hydrogeological models: 3-D training image development and conditioning strategies. H*ydrology and Earth System Sciences*. 2017;21(12):6069–6089. https://doi.org/10.5194/hess-21-6069-2017
5. Hansen T.M., Vu L.T., Bach T. MPSLIB: A C++ class for sequential simulation of multiple-point statistical models. *SoftwareX*. 2016;5:127–133. https://doi.org/10.1016/j.softx.2016.07.001
6. Tahmasebi P. Multiple point statistics: A review. In: Daya Sagar B., Cheng Q., Agterberg F. (eds) *Handbook of Mathematical Geosciences*. Cham: Springer; 2018, pp. 613–643. https://doi.org/10.1007/978-3-319-78999-6_30
7. Zuo C., Pan Z., Yin Z., Guo C. A nearest neighbor multiple-point statistics method for fast geological modeling. *Computers & Geosciences*. 2022;167:105208. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2022.105208
8. Jóhannsson Ó.D., Hansen T.M. Multiple-point statistics and non-colocational soft data integration. *Computers & Geosciences*. 2023;172:105280. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2022.105280
9. Zhexenbayeva A., Madani N., Renard P., Straubhaar J. Using multiple-point geostatistics for geomodeling of a vein-type gold deposit. *Applied Computing and Geosciences*. 2024;23:100177. https://doi.org/10.1016/j.acags.2024.100177
10. Guo J., Zheng Y., Liu Z., Wang X., Zhang J., Zhang X. Pattern-based multiple-point geostatistics for 3D automatic geological modeling of borehole data. *Natural Resources Research*. 2025;34(1):149–169. https://doi.org/10.1007/s11053-024-10405-6
11. Кантемиров В.Д., Яковлев А.М., Титов Р.С. Оценка качественных показателей полезных ископаемых с использованием геоинформационных технологий блочного моделирования. *Геоинформатика*. 2020;(3):29–37. https://doi.org/10.47148/1609-364X-2020-3-29-37
Kantemirov V.D., Yakovlev A.M., Titov R.S. Estimation of quality indicators of mineral resources using geoinformation technologies of block modeling. *Geoinformatika*. 2020;(3):29–37. (In Russ.) https://doi.org/10.47148/1609-364X-2020-3-29-37
12. Кантемиров В.Д., Яковлев А.М., Титов Р.С. Применение геоинформационных технологий блочного моделирования для совершенствования методов оценки качественных показателей полезных ископаемых. *Известия высших учебных заведений. Горный журнал*. 2021;(1):63–73. https://doi.org/10.21440/0536-1028-2021-1-63-73
Kantemirov V.D., Iakovlev A.M., Titov R.S. Applying geoinformation technologies of block modelling to improve the methods of assessing quality indicators of minerals. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Gornyy Zhurnal*. 2021;(1):63–73. (In Russ.) https://doi.org/10.21440/0536-1028-2021-1-63-73
13. Яковлев А.М. Апробация алгоритмов автоматизированной обработки геологических баз данных в технологических схемах управления качеством полезного ископаемого. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2021;(5-1):248–257. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2021_51_0_248
Yakovlev I.M. Testing of algorithms for automated processing of geological databases in mineral quality control flowcharts. *Mining Informational and Analytical Bulletin*. 2021;(5-1):248–257. (In Russ.) https://doi.org/10.25018/0236_1493_2021_51_0_248

Информация об авторах
Паничкин Илья Олегович – аспирант кафедры геологии и маркшейдерского дела Горного института, Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», г. Москва, Российская Федерация; e-mail: ilja.pani4kin@yandex.ru
Абрамян Георгий Оникович – кандидат технических наук, доцент кафедры геологии и маркшейдерского дела Горного института, Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», г. Москва, Российская Федерация; https://orcid.org/0000-0002-0493-6290; e-mail: gao3d@ya.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию: 03.06.2026
Поступила после рецензирования: 09.07.2026
Принята к публикации: 16.07.2026

Information about the authors
Ilya O. Panichkin – Postgraduate Student, Department of Geology and Mine Surveying, College of Mining, National University of Science and Technology "MISIS", Moscow, Russian Federation; e-mail: ilja.pani4kin@yandex.ru
Georgy O. Abramyan – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Geology and Mine Surveying, College of Mining, National University of Science and Technology "MISIS", Moscow, Russian Federation; https://orcid.org/0000-0002-0493-6290; e-mail: gao3d@ya.ru

Article info
Received: 03.06.2026
Revised: 09.07.2026
Accepted: 16.07.2026